

**UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS**

**FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS**

**E.A.P. DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA**

**Modelo de Programación Cuadrática y Ratios  
Financieros para minimizar el riesgo de las  
inversiones en la Bolsa de Valores de Lima**

**TESIS**

**Para optar el Título Profesional de Licenciado en Investigación Operativa**

**AUTOR**

**Luis Alfredo Martínez Angeles**

**Lima – Perú**

**2013**

**MODELO DE PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA Y RATIOS FINANCIEROS  
PARA MINIMIZAR EL RIESGO DE LAS INVERSIONES  
EN LA BOLSA DE VALORES DE LIMA**

**Por**

**Luis Alfredo Martínez Angeles**

Tesis presentada a consideración del Cuerpo Docente de la Facultad de Ciencias Matemáticas, de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, como parte de los requisitos para obtener el título profesional de Licenciado en Investigación Operativa.

Aprobada por:

---

Mg. Esther Berger Vidal  
Presidente

---

Mg. Sonia Castro Ynfantes  
Miembro

---

Lic. Carlos Calderón Rodríguez  
Miembro Asesor

**FICHA CATALOGRÁFICA**

**MARTÍNEZ ANGELES, LUIS ALFREDO**

**MODELO DE PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA Y RATIOS FINANCIEROS  
PARA MINIMIZAR EL RIESGO DE LAS INVERSIONES  
EN LA BOLSA DE VALORES DE LIMA  
(LIMA) 2013**

**xv, 161 Pág. 29.7 cm (UNMSM, LICENCIADO EN INVESTIGACIÓN  
OPERATIVA,2013)**

**TESIS, UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS**

**FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS**

**I UNMSM / F.de C.M. II TÍTULO (SERIE)**

## DEDICATORIA

*Con cariño a mi madre Rosa Angeles, por darme la vida y la fortaleza para ser cada vez mejor.*

*Madre mis logros son tuyos, siempre compartiremos lo que la vida nos brinda, pequeñas y grandes cosas.*

*En tus ruegos al Dios de la vida, siempre me tienes presente; como yo a tí.*

*Madre serás por siempre mi mejor compañera.*

*A Adela Florentino, por cuidarme con el amor de madre y guiarme por los caminos del bien.*

*A mis hermanas Carmen y Lucy por compartir alegrías y también tristezas en esta Viña del Señor.*

*Quiero decírles que las quiero, vuestra ausencia es temporal.*

*El Dios de la Vida, inspiración de lo bueno de este mundo, nos volverá a juntar y esta vez será por siempre.*

*Luís.*

## AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, a la Facultad de Ciencias Matemáticas, por haberme formado en la profesión de Investigación Operativa.

Al Licenciado Carlos Calderón Rodríguez, por su generosidad al aceptar guiarme en la realización de esta tesis.

A la Magister Esther Berger Vidal, por sus consejos y precisiones.

A la Magister Sonia Castro Ynfantes, por el apoyo y sugerencias.

## **RESUMEN**

### **MODELO DE PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA Y RATIOS FINANCIEROS PARA MINIMIZAR EL RIESGO DE LAS INVERSIONES EN LA BOLSA DE VALORES DE LIMA**

**LUIS ALFREDO MARTÍNEZ ANGELES**

**MAYO – 2013**

**Asesor : Licenciado Carlos Calderón Rodríguez**

**Grado Obtenido: Licenciado en Investigación Operativa**

---

En esta investigación se presenta un modelo de optimización, para minimizar el riesgo cuando se invierte en portafolios de activos bursátiles, en la Bolsa de Valores de Lima. Debido a la globalización de la economía y la política; el inversionista debe asumir un conjunto de riesgos.

La Investigación de Operaciones nos ofrece como herramienta de análisis de activos bursátiles, el Modelo de Programación Cuadrática; algoritmo propuesto por Harry Markowitz.

Las Ciencias Económicas, nos proporciona la técnica del Análisis Fundamental, para evaluar los activos bursátiles a partir del análisis de la macroeconomía, los sectores productivos y la situación financiera de la empresa a través de los ratios financieros: patrimonio neto, ganancias y pérdidas, precio/beneficio y precio/valor contable.

El enfoque de esta investigación es usar la información que proporciona el análisis fundamental, específicamente los ratios financieros y los dividendos que se obtienen por la compra de los activos bursátiles, para formular el Modelo de Programación Cuadrática.

Este modelo es más exigente, al usar las dos técnicas de análisis de los activos de las empresas y permitirá para una determinada rentabilidad, minimizar el riesgo cuando se invierte en portafolios de activos Bursátiles en la Bolsa de Valores.

**PALABRAS CLAVES:** ANÁLISIS FUNDAMENTAL  
BOLSA DE VALORES

INVERSIÓN  
MODELO  
OPTIMIZACIÓN  
PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA

**ABSTRAC**

**MODEL OF QUADRATIC PROGRAMMING AND FINANCIAL RATIOS  
TO MINIMIZE THE RISK OF THE INVESTMENTS  
IN THE STOCK EXCHANGE MARKET OF LIMA**

**LUIS ALFREDO MARTÍNEZ ANGELES**

**MAY – 2013**

**Adviser : Licence Carlos Calderón Rodríguez**

**Obtained Degree: Licence in Operations Research**

---

In this investigation a model of optimization is presented, to minimize the risk when it is invested in portfolio asset of the Stock Exchange Market of Lima. Due to the globalization of the economy and the politics; the investor should assume a group of risks.

The operations research offers as analysis tool of portfolio asset, the model of Quadratic Programming; algorithm proposed by Harry Markowitz.

The Economic Sciences, it provides us the technique of the Fundamental Analysis, to evaluate the portfolio assets starting from the analysis of the macroeconomics, the productive sectors and the financial situation of the company through the financial ratios: net patrimony, earnings and losses, price earnings ratio (PER) and price countable value.

The focus of this investigation is to use the information that provides the fundamental analysis,

Specifically, the financial ratios and the dividends that are paid by the portfolio assets, to formulate the model of Quadratic Programming.

This model is more demanding, when using the two techniques of analysis of the assets of the companies and it will allow for a certain profitability to minimize the risk when it is invested in briefcases in the Stock exchange Market.

**KEY WORDS:** FUNDAMENTAL ANALYSIS  
STOCK EXCHANGE MARKET  
INVESTMENT

MODEL  
OPTIMIZATION  
QUADRATIC PROGRAMMING

## ÍNDICE

<b>RESUMEN</b>	<b>Pág.</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	
<b>CAPÍTULO I PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	
1.1. Problema General	01
1.2. Problemas Específicos	02
1.3. Objetivo General	02
1.3.1. Objetivos Específicos	02
1.4. Justificación de la Investigación	03
<b>CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO, REFERENCIAL Y CONCEPTUAL</b>	
2.1. Antecedentes	04
2.2. Marco Teórico	05
2.2.1. Programación No Lineal	06
2.2.1.1. Tipos de Problemas de Programación No Lineal	06
2.2.2. Problemas de Programación Cuadrática	07
2.2.2.1. Portafolio o Cartera de Inversión	08
2.2.2.2. Aplicación al Análisis de Portafolios	08
2.2.2.3. Riesgo del Portafolio	09
2.2.2.4. Varianza de la Matriz	10
2.2.2.5. Covarianza de la Matriz	10
2.2.2.6. Características de la Matriz de Varianza y Covarianza	11
2.2.2.7. Forma Cuadrática del Modelo	12
2.2.2.8. Desviación Estándar	14
2.2.2.9. Rentabilidad del Portafolio	14
2.2.2.10. Los Dividendos	14
2.2.2.11. Formulación del Modelo de Programación Cuadrática	15
2.2.3. Condiciones de Kuhn – Tucker	16
2.2.4. Uso de la Matriz Hessiana para Determinar la Convexidad	17
2.2.5. Construcción del Portafolio de Inversión	19
2.2.5.1 Diversificación del Portafolio de Inversión	19
2.2.6. Coeficientes de Correlación	20



2.2.7. Solución Analítica del Modelo de Programación Cuadrática	21
2.2.8. Análisis Fundamental	36
2.2.8.1. Análisis Macroeconómico	36
2.2.8.2. Análisis del Sector Empresarial	38
2.2.8.3. Análisis de la Empresa	38
2.2.8.3.1. Patrimonio Neto	38
2.2.8.3.2. Ganancias y Pérdidas	39
2.2.8.3.3. Precio/Beneficio o Price Earnings Ratio (PER)	39
2.2.8.3.4. Valor Contable	40
2.2.8.3.5. Precio /Valor Contable	40
2.2.9. Mejoras en la Optimización del Modelo de Programación Cuadrática	41
2.2.10. Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros	42
2.2.11. Generación del Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros	43
2.2.12. Solución del modelo de Programación Cuadrática con el Software Lingo V.11	46
2.2.13. Solución Analítica del Modelo de Programación Cuadrática	47
2.2.14. Técnicas de Análisis de Portafolios de Inversión	48
<b>2.3. Marco Referencial</b>	
2.3.1. Sistema Financiero Peruano	49
2.3.1.1. Ministerio de Economía y Finanzas	49
2.3.1.2. Banco Central de Reserva del Perú	49
2.3.1.3. Superintendencia de Banca y Seguros	49
2.3.1.4. Superintendencia del Mercado de Valores	50
2.3.2. Mercado de Valores	51
2.3.2.1. Mercado Primario	51
2.3.2.2. Mercado Secundario	51
2.3.3. Activos Bursátiles	51
2.3.3.1. Datos de los Activos bursátiles	52
2.3.4. Tipos de Inversión	53
2.3.4.1. Renta Variable	53
2.3.4.2. Renta Fija	53
2.3.5. Participantes del Mercado de Valores	53
2.3.5.1. Empresas Emisoras	53
2.3.5.2. Empresas Prestadoras de Servicios	54
2.3.5.3. Los Inversionistas	55
2.3.5.4. Los Especuladores	55
2.3.6. Los Dividendos	55
2.3.6.1. Rentabilidad de los Dividendos	56

2.3.7. La Bolsa de Valores de Lima	56
2.3.7.1. Ventajas de Invertir en la Bolsa de Valores	57
2.3.7.2. Riesgos de Invertir en la Bolsa de Valores	58
2.3.7.3. Índices de la Bolsa de Valores de Lima	59
2.3.7.3.1. Índice General de la Bolsa de Valores de Lima	59
2.3.7.3.2. Índice Selectivo de la Bolsa de Valores de Lima	59
2.3.7.3.3. Índice Nacional de Capitalización de la Bolsa de Valores de Lima	59
2.3.8. Proceso de Compra y Venta de Activos bursátiles o Instrumentos Financieros	60
2.3.8.1. Costos de Transacción de Acciones en la Bolsa de Valores de Lima	60
2.3.8.2. Monto Mínimo de Compra de Acciones	61
2.3.9. Análisis Técnico	62
2.3.9.1. Media Móvil	62
2.3.9.2. Interpretación de la Media Móvil	62
2.3.10. Inversión en los dos Sistemas Financieros	63
<b>2.4. Marco Conceptual</b>	
2.4.1. Definición de Conceptos	64
<b>CAPÍTULO III FORMULACIÓN DE LA HIPÓTESIS</b>	
3.1. Hipótesis General	70
3.1.1. Hipótesis Específicas	70
<b>CAPÍTULO IV DISEÑO METODOLOGICO</b>	
4.1. Método de Investigación	71
4.2. Técnicas Utilizadas	71
4.3. Variables	71
4.4. Población y Muestra	72
4.5. Tratamiento y Procesamiento de los Datos	74
4.6. Fuentes de Información	74
4.7. Precio de las Acciones Comunes en el Periodo (2006 - 2010)	75
<b>CAPÍTULO V APLICACIÓN DEL MODELO</b>	
5.1. Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros	76
5.1.1. Planteamiento del Problema	77
5.1.2. Solución del Problema	77
5.1.2.1. La Técnica del Análisis Fundamental	78
5.1.2.1.1. Análisis de las Empresas en Función de Ratios Financieros	85
5.1.2.1.2. Mejores Empresas con Respecto al Patrimonio Neto	91
5.1.2.1.3. Mejores Empresas con Respecto a la Ganancias y Pérdidas	92
5.1.2.1.4. Mejores Empresas con Respecto al Precio/Beneficio (PER)	93
5.1.2.1.5. Mejores Empresas con Respecto al Precio/Valor Contable	94

5.1.2.1.6. Resultados del Análisis Fundamental	95
5.1.3. Portafolios del Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros	96
5.1.3.1. Portafolio de Inversión	96
5.1.3.2. Identificación de la Variable de Decisión	97
5.1.3.3. Función Objetivo del Modelo de Programación Cuadrática	97
5.1.3.4. Determinación de la Rentabilidad del Portafolio	98
5.1.3.5. Solución del Portafolio N° 1 Programación Cuadrática - Patrimonio Neto	100
5.1.3.5.1. Análisis e Interpretación del Portafolio N° 1	105
5.1.3.6. Solución del Portafolio N° 2 Programación Cuadrática – Ganancias y Pérdidas	108
5.1.3.6.1. Análisis e Interpretación del Portafolio N° 2	112
5.1.3.7. Solución del Portafolio N° 3 Programación Cuadrática - Precio/ Beneficio	115
5.1.3.7.1. Análisis e Interpretación del Portafolio N° 3	119
5.1.3.8. Solución del Portafolio N° 4 Programación Cuadrática - Precio/Valor Contable	121
5.1.3.8.1. Análisis e Interpretación del Portafolio N° 4	125
5.1.3.9. Resumen del Análisis de los Portafolios	128
5.1.4. Rentabilidad Neta de los Portafolios	129
5.1.5. Solución Clásica del Modelo de Programación Cuadrática	130
5.1.5.1. Análisis de la Solución del Clásico Modelo de Programación Cuadrática	133
5.1.6. Proceso de Solución Modelo Clásico Versus Modelo con Ratios Financieros	134
<b>CONCLUSIONES</b>	135
<b>RECOMENDACIONES</b>	136
<b>APORTACIONES</b>	137

	<b>Pág.</b>
<b>ANEXOS:</b>	
Anexo 1. Propiedades del Software Lingo	138
Anexo 2. Lingo Configuración de General Solver	139
Anexo 3. Lingo Configuración de Glover Solver	140
Anexo 4. Lingo Configuración de Non linear Solver	141
Anexo 5. Índice General de la Bolsa de Valores de Lima (IGBVL)	142
Anexo 6. Índice Selectivo de la Bolsa de Valores de Lima (ISBVL)	143
Anexo 7. Índice Nacional de capitalización de la Bolsa de Valores de Lima (INCA)	143
Anexo 8. Infograma del Proceso de Inversión en la Bolsa de Valores de Lima	144
Anexo 9. Ranking de Empresas: Patrimonio Neto	145
Anexo 10. Ranking de Empresas: Utilidades	146
Anexo 11. Actividad Bursátil del Banco Continental	147
Anexo 12. Listado de Sociedades de Agentes de Bolsa	148
<b>APÉNDICES:</b>	
A1. Aplicación del Análisis Técnico en la Bolsa de Valores	149
A2. Inversión en la Bolsa de Valores y en el Sistema Bancario	152
<b>WEBS DE INTERES</b>	160
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	161

<b>ÍNDICE DE CUADROS</b>	<b>Pág.</b>
Cuadro N° 2.1. Dividendos Acciones Comunes Periodo (2001- 2005)	21
Cuadro N° 2.2. Dividendos que se Pagan por las Acciones Comunes de Empresas	44
Cuadro N° 2.3. Técnicas de Análises de Portafolio	48
Cuadro N° 4.4. Población para la Aplicación Modelo de Prog. Cuad.y Rat. Financieros	72
Cuadro N° 4.5.Precios de Acciones Comunes de la Minera Volcan	75
Cuadro N° 4.6.Precios de Acciones Comunes de la Minera Milpo	75
Cuadro N° 4.7. Precios de Acciones Comunes de Aceros Arequipa	75
Cuadro N° 4.8.Precios de Acciones Comunes de Cementos Lima	75
Cuadro N° 4.9.Precios de Acciones Comunes del Banco Continental	75
Cuadro N° 4.10.Precios de Acciones Comunes del Banco de Crédito	75
Cuadro N° 4.11. Precios de Acciones Comunes de Ferreyros	75
Cuadro N° 4.12. Precios de Acciones Comunes Graña Y Montero	75
Cuadro N° 5.13. Dividendos de las Empresas Consideradas en la Investigación	76
Cuadro N° 5.14.Cotizaciones de los Principales Minerales Precio en Dólares	81
Cuadro N°5.15 .Ratios Financieros del Banco Continental en Nuevos soles	87
Cuadro N°5.16. Ratios Financieros del Banco de Crédito en Nuevos soles	87
Cuadro N°5.17.Ratios Financieros de la Minera Volcan en Nuevos soles	88
Cuadro N°5.18.Ratios Financieros de la Minera Milpo en Nuevos soles	88
Cuadro N°5.19.Ratios Financieros de Aceros Arequipa en Nuevos soles	89
Cuadro N°5.20. Ratios Financieros de Cementos Lima en Nuevos soles	89
Cuadro N°5.21.Ratios Financieros de Ferreyros en Nuevos soles	90
Cuadro N°5.22 .Ratios Financieros de Graña Y Montero en Nuevos soles	90
Cuadro N° 5.23.Patrimonio Neto de las Empresas consideradas en la Investigación	91
Cuadro N° 5.24Ganancias y Pérdidas Empresas Consideradas en la Investigación	92
Cuadro N° 5.25.Precio/Beneficio de las Empresas Consideradas en la Investigación	93
Cuadro N° 5.26.Precio/Valor Contable Empresas Consideradas en la Investigación	94
Cuadro N° 5.27.Empresas en los Primeros Lugares Según los Ratios Financieros	95
Cuadro N° 5.28.Empresas Mejor Ubicadas con Respecto al Patrimonio Neto	100
Cuadro N° 5.29.Empresas Mejor Ubicadas con Respecto a las Ganancias y Pérdidas	108
Cuadro N° 5.30. Empresas Mejor Ubicadas con Respecto al Precio/Beneficio (PER)	115
Cuadro N° 5.31.Empresas Mejor Ubicadas con Respecto al Precio/Valor Contable	121
Cuadro N° 5.32. Resumen de Resultados de Portafolios	129

Cuadro N° 5.33. Resultados del Clásico Modelo de Programación Cuadrática	134
Cuadro N° 5.34. Proceso de Solución Modelo Clásico versus Modelo con Ratios Finan	134
Cuadro N° A1.35.Promedio de los Precios de Acciones Comunes Minera Volcan	149
Cuadro N° A1.36.Análisis de la Tendencia de Precios de las Acciones Minera Volcan	150
Cuadro N° A2.37.Banca Múltiple Tasa de Interés en Porcentajes	156
Cuadro N° A2.38.Comparación de los Resultados de la Inversión en los dos Sistemas	158

<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	<b>Pág.</b>
Figura N° 2.1. Sistema Financiero Peruano	50
Figura N° 2.2. Mercado de Valores	52

<b>ÍNDICE DE GRÁFICOS</b>	<b>Pág.</b>
Gráfico N° 2.1. Portafolio de Inversión	19
Gráfico N° 2.2. Portafolio de Inversión Modelo de Programación Cuadrática	31
Gráfico N° 5.3. Tasa de Crecimiento del Producto Bruto Interno	78
Gráfico N° 5.4. Inflación en Porcentajes	79
Gráfico N°5.5. Indicadores de Riesgo País, El Perú en el Ranking Latinoamericano	80
Gráfico N° 5.6. Utilidad Neta, Bancos Privados Peruanos	82
Gráfico N° 5.7. Producción de Cemento en el Perú en Millones de Toneladas Métricas	83
Gráfico N° 5.8. Tasa de Crecimiento del Sector Construcción Variaciones Porcentuales	84
Gráfico N° 5.9. Patrimonio Neto Empresas Consideradas en la Investigación	91
Gráfico N° 5.10. Ganancias y Pérdidas Empresas Consideradas en la Investigación	92
Gráfico N° 5.11.Precio/Beneficio Empresas Consideradas en la Investigación	93
Gráfico N° 5.12.Precio/Valor Contable Empresas Consideradas en la Investigación	94
Gráfico N° 5.13.Inver. Portafolio N° 1, Programación Cuadrática-Patrimonio Net o	106
Gráfico N° 5.14.Inver.Portafolio N° 2, Programación Cuadrática - Ganancias y Pérdidas	113
Gráfico N° 5.15.Inver. Portafolio N° 3, Programación Cuadrática-Precio/Beneficio	120
Gráfico N° 5.16.Inver. Portafolio N° 4, Programación Cuadrática-Precio/Valor Contable	126
Gráfico N°5.17. Portafolio de Inversión Clásico Modelo de Programación Cuadrática	133
Gráfico N° A1.18. Tendencias de Precios de las Acciones de la Minera Volcan	151
Gráfico N° A2.19.Intereses Bancarios en Depósitos de Ahorro	159
Gráfico N° A2.20. Intereses Bancarios en Depósitos a Plazos de 181 a 360 Días	159
Gráfico N° A2.21. Intereses Bancarios en Depósitos a Plazos de 360 a Más	159

## INTRODUCCIÓN

La Bolsa de Valores es un mercado donde los inversionistas; compradores y vendedores realizan operaciones de compra y venta de activos bursátiles o instrumentos financieros.

Si deseamos que nuestro capital financiero se incremente, invertir en la Bolsa de Valores será una buena opción, pero si se busca que la inversión sea muy rentable se correrá mucho riesgo, entre ellos la posibilidad de perder parte de nuestro capital, por otro lado una opción mas segura es colocar el capital en una cuenta de plazo fijo o de ahorros, pero las ganancias que se pueden lograr serán menores.

Para analizar las inversiones en activos bursátiles, la Investigación de Operaciones tiene como herramienta el Modelo de Programación Cuadrática.

Las Ciencias Económicas aportan para el análisis de activos bursátiles la técnica del Análisis Fundamental; técnica que analiza la macroeconomía del país, evalúa los sectores productivos y a las empresas según un determinado ratio financiero, con ambas técnicas se logra un análisis más riguroso y exigente en la selección de los activos de las empresas que cotizan en la Bolsa de Valores.

La particularidad de esta tesis es usar ambas herramientas ,de tal manera que la información que proporciona la técnica del Análisis Fundamental, sirve para formular el Modelo de Programación Cuadrática; generando cuatro portafolios relacionando con los ratios financieros ; patrimonio neto, ganancias y pérdidas, precio/beneficio y precio /valor contable.

Esta tesis prueba que el Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros, genera cuatro portafolios de activos, específicamente de acciones comunes donde para una determinada rentabilidad se minimiza el riesgo de la inversión.

Los resultados obtenidos, son analizados para la toma de decisiones.





## **CAPÍTULO I PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

### **1.1. Problema General**

Lo que motiva invertir en la Bolsa de Valores de Lima son los altos rendimientos que se pueden obtener, aunque desafortunadamente lo volátil de los precios de los activos bursátiles ante eventos políticos, económicos y sociales, influye en el desempeño de estos instrumentos de inversión, ocasionando un alto riesgo. El riesgo de invertir en la Bolsa de Valores se puede resumir en la posibilidad de no ganar tanto dinero como se esperaba o incluso perder una parte del dinero invertido.

Las personas naturales y jurídicas adquieren activos bursátiles en Bolsa con la expectativa de obtener ganancias, pero así como anhelan que los precios de sus acciones suban, deben estar conscientes de que los precios también pueden bajar por las siguientes circunstancias:

Riesgo del sector productivo, los cuales tienen riesgos específicos. Un ejemplo claro sería la disminución de los precios internacionales de los metales, que puede afectar negativamente el precio de las acciones de las empresas mineras.

Riesgo de empresa, se debe tener en cuenta el manejo y situación interna de la empresa que emitió el valor y cotiza en la Bolsa.

Riesgo de mercado, existen eventos importantes que originan corrientes compradoras o vendedoras, las cuales producen alzas o bajas generalizadas.

Riesgo país, referido a la situación económica, política y social del país.

Ante estas circunstancias existe un alto riesgo sobre el capital, cuando se invierte en portafolios de activos bursátiles o instrumentos financieros. Esto representa un problema para los emisores e inversionistas que negocian en la Bolsa de Valores de Lima. Ante esta realidad surge la pregunta:

¿Cómo minimizar el riesgo del capital para una determinada rentabilidad, cuando se invierte en portafolios de instrumentos de inversión en la Bolsa de Valores de Lima?

## **1.2. Problemas Específicos**

1. ¿Cómo seleccionar a las empresas que cotizan en la Bolsa de Valores de Lima para formar portafolios de acciones comunes con mínimo riesgo?
2. ¿Cómo pueden los ratios financieros: patrimonio neto, ganancias y pérdidas, precio/beneficio o Price/Earnings Ratio (PER) y precio/valor contable ayudar a minimizar el riesgo de la inversión?

## **1.3. Objetivo General**

Obtener un modelo de optimización que permita minimizar el riesgo de la inversión para una determinada rentabilidad, cuando se invierte en portafolios de activos bursátiles en la Bolsa de Valores de Lima.

### **1.3.1. Objetivos Específicos**

1. Determinar los ratios financieros: patrimonio neto, ganancias y pérdidas, precio/beneficio o Price/Earnings Ratio (PER) y precio/valor contable de las empresas que cotizan en la Bolsa de Valores de Lima, para formar portafolios de acciones comunes con mínimo riesgo.
2. Determinar los criterios a través de los cuales los ratios financieros patrimonio neto, ganancias y pérdidas, precio/beneficio o Price/Earnings Ratio (PER) y precio/valor contable ayuden a formar portafolios con mínimo riesgo de la inversión.

#### **1.4. Justificación de la Investigación**

1. Promover el uso del modelo de Programación Cuadrática de Markowitz asociado a la técnica del Análisis Fundamental como herramientas de evaluación y optimización de los activos bursátiles que cotizan en la Bolsa de Valores de Lima.

2. Proporcionar información y conocimiento de los procedimientos para invertir en la Bolsa de Valores de Lima, para que las pequeñas empresas, micro empresas y personas naturales no pierdan oportunidades de lograr mejores ganancias por sus inversiones .

La Bolsa de Valores ofrece una amplia variedad de instrumentos financieros, como acciones comunes y de inversión, bonos, papeles comerciales, entre otros, en los que se puede invertir.

Estos instrumentos de inversión varían en términos de rentabilidad, liquidez y riesgo, según la empresa y las condiciones del mercado.

Con respecto a la rentabilidad, el inversionista cuenta con la opción de invertir en instrumentos financieros con mayor riesgo, los cuales, a su vez, son los que ofrecen una mayor expectativa de rentabilidad.

Adicionalmente si adquiere acciones comunes estos valores otorgan el derecho a recibir utilidades, a votar en las juntas de accionistas y eventualmente, al patrimonio resultante en caso de liquidación.

3. Contribuir al desarrollo del país, considerando que a mayor número de inversionistas en la Bolsa de Valores de Lima más empresas podrán financiar sus proyectos.

## **CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO, REFERENCIAL Y CONCEPTUAL**

### **2.1. Antecedentes**

La teoría moderna de portafolios trata de maximizar la rentabilidad y minimizar el riesgo cuando se invierte en activos bursátiles. Esta teoría le pertenece a Harry Markowitz [5], economista estadounidense, quien publicó un artículo en 1952 sobre la teoría de equilibrio en el mercado de valores. Markowitz Compartió el Premio Nobel de Economía con William. F.Sharpe en el año 1990

.En 1958 el economista estadounidense James Tobin, plantea la composición óptima de una cartera de valores, con una orientación y alcance totalmente nuevos. En 1981 Obtiene el Nobel de economía por sus investigaciones que buscan equilibrar el riesgo y los beneficios.

Fueron sin embargo, William. F.Sharpe y John. Lintner ambos economistas estadounidenses, quienes en 1964 y 1965 respectivamente completaron el estudio de Markowitz teniendo aceptación en los sectores académico y profesional.

A John.Lintner se le conoce por su trabajo en la concepción del Modelo de Valoración del Precio de los Activos Financieros o Capital Asset Pricing Model (CAPM).

La Investigación Operativa proporciona el modelo de Programación Cuadrática (Modelo de Markowitz) para el análisis de portafolios, que bajo ciertos supuestos, proporciona una combinación óptima entre la rentabilidad y el riesgo.

Otra herramienta muy conocida y utilizada en el mercado de valores es el Análisis Fundamental, esta técnica de las Ciencias Económicas, se basa en el estudio de la macroeconómica, política y los estados contables de la empresa.

Esta investigación genera un modelo utilizando ambas técnicas; que tienen como objetivo minimizar el riesgo de la inversión cuando se invierte en activos bursátiles en la Bolsa de Valores.

[5]BronsonSchaum.Edición1982,"InvestigacióndeOperaciones".México.Pág.142.Cap.13.Programación Cuadrática.

## **2.2. Marco Teórico**

Para problemas de Programación Lineal (PL) un supuesto importante es que su función objetivo y de restricción son lineales, este supuesto con frecuencia no es así, por lo que muchas veces es necesario manejar problemas de maximización y minimización, donde la función objetivo es una función no lineal, o bien es posible que algunas de las restricciones no sean lineales, a este tipo de problemas de optimización se les denomina problemas de Programación No Lineal (PNL).

Los problemas de Programación No Lineal se presentan de muchas formas distintas, y al contrario del método Simplex para Programación Lineal, existe una diversidad de algoritmos para resolver todos estos tipos especiales de problemas, por lo que la Programación No Lineal es un tema muy extenso.

Se han desarrollado algoritmos para tipos especiales de problemas de Programación No Lineal; como es el modelo de Programación Cuadrática.

Esta investigación utiliza el Modelo de Programación Cuadrática y los procedimientos del Análisis Fundamental para analizar y optimizar las carteras o portafolios de acciones comunes que se cotizan en la Bolsa de Valores.

### 2.2.1. Programación No Lineal

Un supuesto importante de Programación Lineal es que todas sus funciones, objetivo y de restricción son lineales, aunque en esencia este supuesto se cumple, “en el caso de muchos problemas prácticos con frecuencia no es así, por lo tanto muchas veces es necesario manejar problemas de Programación No Lineal [10]”, como (2.1), donde  $f(x)$  es una función no lineal, pero algunas o todas las funciones de restricción pueden ser lineales.

$$\max \text{ o } \min \quad f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

s.a :

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_1 \tag{2.1}$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_2$$

. . . . .

$$g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_m$$

#### 2.2.1.1. Tipos de Problemas de Programación No Lineal

Los problemas de Programación No Lineal se presentan de muchas formas, al contrario del método Simplex para Programación Lineal, no se dispone de un algoritmo que resuelva todos estos tipos especiales de problemas, en su lugar se han desarrollado algoritmos para algunas clases de problemas de Programación No Lineal, entre los más importantes podemos mencionar los siguientes:

Programación Convexa, Programación no Convexa, Programación Geométrica, Programación Separable y Programación Cuadrática.

### 2.2.2. Problemas de Programación Cuadrática

Los problemas de Programación Cuadrática tienen restricciones lineales, pero la función objetivo debe ser cuadrática, entonces la única diferencia con un problema de Programación Lineal es que algunos términos de la función objetivo, incluyen el cuadrado de una variable o el producto de dos variables.

$$\max \text{ o } \min f(x) = ax_{11}^2 + bx_1x_2 + \dots + cx_nx_n$$

s.a:

$$g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_1$$

$$g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_2$$

.....

$$g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_m$$

(2.2)

### 1. Forma Estándar del Modelo de Programación Cuadrática

En la forma estándar el Programa General Cuadrático tiene la forma matricial siguiente:

$$\text{máx. o mini.} \quad f(x) = X^T M X + D^T X$$

$$\text{Con la condición} \quad A X \leq B$$

$$\text{Con} \quad X \geq 0$$

Dónde:

M: Matriz simétrica.

X: Vector de variables

D: Vector de costos

A: Vector de coeficientes

B: Término independiente de la restricción

T: Superíndice que denota la transpuesta de un vector o matriz

### 2.2.2.1. Portafolio o Cartera de Inversión

Un portafolio de inversión es una selección de activos bursátiles que se cotizan en el mercado de valores y en los que una persona o empresa decide invertir su dinero. Para hacer su elección, deben tomar en cuenta aspectos básicos como el nivel de riesgo que está dispuesta a correr y los objetivos que busca alcanzar con su inversión.

### 2.2.2.2. Aplicación al Análisis de Portafolios

Una suma fija de dinero  $c$ , ha de repartirse entre  $n$  diferentes inversiones; se tiene un historial de rentabilidad por cada inversión.

El problema de portafolio comprende el determinar cuánto dinero debe asignarse a cada inversión, donde  $(i=1,2,\dots, n)$ ,  $c$  es el dinero o capital disponible, luego se tiene

$$X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_i = c \quad i=1,2,\dots,n \quad (2.3)$$

Sea  $X_{ik}$  la rentabilidad, (dado en centavos de nuevo sol) destinada a la inversión  $i$ , durante el pasado  $k$ -ésimo periodo ( $k=1,2,\dots, p$ ). Si el historial de rentabilidad es indicador de la actuación en el futuro, la rentabilidad promedio esperada ( $\bar{R}_i$ ) en la inversión  $i$  es:

$$\bar{R}_i = \frac{\sum_{k=1}^p X_{ik}}{p} \quad (2.4)$$

Entonces la rentabilidad esperada ( $R$ ), de todas las inversiones  $i$  estará dada por:

$$R = \bar{R}_1 X_1 + \bar{R}_2 X_2 + \bar{R}_3 X_3 + \dots + \bar{R}_i X_i,$$

A fin de que la rentabilidad total esperado sea mayor o igual que una cantidad mínima aceptable ( $R_p$ ) rentabilidad del portafolio), se tiene:

$$\bar{R}_1 X_1 + \bar{R}_2 X_2 + \bar{R}_3 X_3 + \dots + \bar{R}_i X_i \geq R_p \quad (2.5)$$



### 2.2.2.3. Riesgo del Portafolio

El riesgo del portafolio se puede resumir como la posibilidad de no ganar como se esperaba o incluso perder una parte del capital invertido.

En el Modelo de Programación Cuadrática, el riesgo está representado por su función objetivo (matriz de varianzas y covarianzas multiplicado por las variables y su respectivas transpuestas), conocido también como “varianza” del portafolio.

El portafolio conformado por una selección, de un conjunto de activos bursátiles depende del mercado de valores, que está fuertemente influenciado por circunstancias de la economía global, que originan corrientes compradoras o vendedoras, las cuales producen alzas o bajas generalizadas en todos los activos bursátiles.

La “varianza” del portafolio está definida por la siguiente expresión matemática:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \quad (2.6)$$

Dónde:

$\sigma_p^2$ : Varianza del portafolio (función objetivo) del modelo cuadrático.

$\sigma_{ij}$ : Matriz de varianzas y covarianzas de los dividendos de los activos bursátiles

$x_i, x_j$  Variables de los dividendos correspondientes a los activos i y j.

#### 2.2.2.4. Varianza de la Matriz

La varianza es una medida estadística de la dispersión de los valores con respecto a la media. En esta investigación para calcular la varianza se usa los dividendos que se obtienen por adquirir acciones. Un valor de varianza superior ha  $\left[ \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p x_{ik} \right]$ , indica un mayor riesgo en la rentabilidad del dividendo.

El calculo de la varianza esta definido por la siguiente expresión matemática:

$$\sigma_{ij}^2 = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p x_{ik}^2 - \frac{1}{p^2} \left( \sum_{k=1}^p x_{ik} \right)^2 \quad (2.7)$$

Dónde:

$\sigma_{ij}^2$ : Varianza de dividendos de un activo bursátil, donde:  $i = j$

P: total periodos,  $k=1,2,...,P$

$x_{ik}$ : Dividendos de un activo bursátil, donde  $i = 1,2,...,k$

k= Periodos (años), de los dividendos que se pagan por los activos bursátiles

#### 2.2.2.5. Covarianza de la Matriz

La covarianza se calcula con los dividendos de los activos bursátiles en el periodo  $k = 1, 2, 3, \dots, p$ . Indican cómo se relacionan los activos bursátiles entre si.

Si la covarianza es positiva no se reduce el riesgo, los dividendos se mueven en el mismo sentido, si la covarianza es negativa si hay reducción del riesgo, los dividendos se mueven en dirección contraria, si la covarianza es cero, indica que los dos dividendos son independientes produciéndose una escasa correlación. La covarianza está definida por:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p x_i x_j - \frac{1}{p^2} \left( \sum_{k=1}^p x_i \right) \left( \sum_{k=1}^p x_j \right) \quad (2.8)$$

Dónde:

$\sigma_{ij}$ : Covarianza de dividendos correspondiente a los activos i y j, del total de periodos

$x_i$ : Dividendo del activo i en cada periodo,  $k=1,2,...,p$ , número de periodos (años).

$x_j$ : Dividendo del activo j en cada periodo,  $k=1,2,...,p$ , número de periodos (años).

### 2.2.2.6. Características de la Matriz de Varianza y Covarianza

La matriz de varianzas y covarianzas se calculan con los dividendos que se pagan por los activos bursátiles.

La matriz de varianzas y covarianzas se construye a partir de (2.7) y (2.8), su forma genérica se muestra en (2.9),

$$M = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} & \sigma_{15} & \sigma_{16} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & \sigma_{23} & \sigma_{24} & \sigma_{25} & \sigma_{26} & \dots & \sigma_{2n} \\ \sigma_{31} & \sigma_{23} & \sigma_{33}^2 & \sigma_{34} & \sigma_{35} & \sigma_{36} & \dots & \sigma_{3n} \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_{44}^2 & \sigma_{45} & \sigma_{46} & \dots & \sigma_{4n} \\ \sigma_{51} & \sigma_{52} & \sigma_{53} & \sigma_{54} & \sigma_{55}^2 & \sigma_{56} & \dots & \sigma_{5n} \\ \sigma_{61} & \sigma_{62} & \sigma_{63} & \sigma_{64} & \sigma_{65} & \sigma_{66}^2 & \dots & \sigma_{6n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \sigma_{n3} & \sigma_{n4} & \sigma_{n5} & \sigma_{n6} & \dots & \sigma_{nn}^2 \end{pmatrix}, M^T = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} & \sigma_{15} & \sigma_{16} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22}^2 & \sigma_{23} & \sigma_{24} & \sigma_{25} & \sigma_{26} & \dots & \sigma_{2n} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33}^2 & \sigma_{34} & \sigma_{35} & \sigma_{36} & \dots & \sigma_{3n} \\ \sigma_{14} & \sigma_{24} & \sigma_{34} & \sigma_{44}^2 & \sigma_{45} & \sigma_{46} & \dots & \sigma_{4n} \\ \sigma_{15} & \sigma_{25} & \sigma_{35} & \sigma_{45} & \sigma_{55}^2 & \sigma_{56} & \dots & \sigma_{5n} \\ \sigma_{16} & \sigma_{26} & \sigma_{36} & \sigma_{46} & \sigma_{56} & \sigma_{66}^2 & \dots & \sigma_{6n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \sigma_{3n} & \sigma_{4n} & \sigma_{5n} & \sigma_{6n} & \dots & \sigma_{nn}^2 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Sea M la matriz de varianza y covarianza sus características son:

1.  $M^T$  es una matriz cuadrada de tamaño  $n \times n$ .
2. Si la matriz es M, su transpuesta es  $M^T$ , por definición, una matriz cuadrada de tamaño  $n \times n$  es simétrica s.s.s, es igual a su transpuesta es decir  $M = M^T$ .
3. En la diagonal de la matriz se encuentran las varianzas esto es;  $\sigma_{ij}^2 = \sigma_{ii}^2$  donde  $i = j$
4. Fuera de la diagonal principal (parte superior) se tiene a las covarianzas  $\sigma_{ij}$ ; por ser M, una matriz simétrica entonces en la parte inferior se tiene  $\sigma_{ij}$ ; es decir  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$  con  $i \neq j$ , se cumple la condición de matriz simétrica.

### 2.2.2.7. Forma Cuadrática del Modelo

Demostración de la forma cuadrática del modelo, en (2.6) se tiene la siguiente expresión:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j$$

Se conoce como la forma cuadrática a la expresión  $Q(X) = X^T M X$ .

Dónde:

M es una matriz simétrica ya que cada elemento de todo par de coeficientes  $\sigma_{ij}$  y  $\sigma_{ji}$  puede intercambiarse sin alterar  $Q(X)$ .

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, x_n \text{ es la variable del activo que representa a la empresa.}$$

$X^T = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ , \dots, x_n)$ , es la transpuesta de X

Obviando temporalmente a la matriz M, se tiene el producto de filas por columnas siguientes:

$$(x_1 x_2 x_3, \dots, x_n) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = x_{11}^2 + x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_1 + x_{22}^2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 + x_3 x_2 + x_{33}^2 + \dots + x_{nn}^2 \quad (2.10)$$

En (2.10) se tiene las variables al cuadrado, para los valores de varianza, ubicados en la diagonal de la matriz y los productos de variables para los valores de covarianza, ubicados en la parte superior e inferior de la diagonal. Entonces (2.6) puede expresarse mediante el álgebra de matrices como:  $Q(x) = X^T M X$ . Si reemplazamos:  $Q(x)$  por  $\sigma_p^2$  y M por  $\sigma_{ij}$ , se tiene:  $\sigma_p^2 = X^T \sigma_{ij} X$

y se puede expresar así:

$$\sigma_p^2 = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & \dots & x_n \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} & \sigma_{15} & \sigma_{16} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & \sigma_{23} & \sigma_{24} & \sigma_{25} & \sigma_{26} & \dots & \sigma_{2n} \\ \sigma_{31} & \sigma_{23} & \sigma_{33}^2 & \sigma_{34} & \sigma_{35} & \sigma_{36} & \dots & \sigma_{3n} \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_{44}^2 & \sigma_{45} & \sigma_{46} & \dots & \sigma_{4n} \\ \sigma_{51} & \sigma_{52} & \sigma_{53} & \sigma_{54} & \sigma_{55}^2 & \sigma_{56} & \dots & \sigma_{5n} \\ \sigma_{61} & \sigma_{62} & \sigma_{63} & \sigma_{64} & \sigma_{65} & \sigma_{66}^2 & \dots & \sigma_{6n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \sigma_{n3} & \sigma_{n4} & \sigma_{n5} & \sigma_{n6} & \dots & \sigma_{nn}^2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (2.11)$$



Luego (2.14) se puede expresar como:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \quad (2.1)$$

La función objetivo se puede denotar por la literal  $z$ , entonces  $\sigma_p^2 = z$ , finalmente (2.15) se puede escribir como se muestra en (2.16):

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \quad (2.1)$$

### 2.2.2.8. Desviación Estándar

(2.16) se expresa en unidades al cuadrado, para solucionar el inconveniente se trabaja con la desviación estándar (2.17) que mide la dispersión en términos lineales y se expresa como la raíz cuadrada de la varianza.

$$z = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j} \quad (2.1)$$

La desviación estándar muestra el riesgo del portafolio en términos lineales. La desviación estándar es una medida de dispersión de los datos, ésta nos dice que tan dispersos se encuentran los valores obtenidos con respecto al valor promedio.

“La varianza y la desviación estándar son estadígrafos muy utilizados, sin embargo no tienen una interpretación muy clara cuando se refiere a una sola distribución; tienen mayor significado cuando se realizan comparaciones [1]”.

### 2.2.2.9. Rentabilidad del Portafolio

La rentabilidad del portafolio es proporcionada por la inversión en dos o más activos bursátiles; es decir está compuesta por un determinado número de acciones, cuya rentabilidad es igual a la media aritmética de los dividendos que se pagan por la inversión o compra de acciones.

### 2.2.2.10. Los Dividendos

Dividendo es una cuota proporcional (efectivo) que le corresponde a cada acción en la distribución de la rentabilidad generada por una determinada empresa. Se hace efectivo al portador de la misma.

[1] Ávila Acosta “Estadística”. Edición 1987, Lima. Pág.125.Cap.3

### 2.2.2.11. Formulación del Modelo de Programación Cuadrática

Por (2.3), (2.5) y (2.16) el modelo para el problema de cartera o portafolio es el programa cuadrático siguiente:

Minimizar:

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j$$

(2.18)

Sujeto a:

$$\bar{R}_1 X_1 + \bar{R}_2 X_2 + \bar{R}_3 X_3 + \dots + \bar{R}_i X_i \geq R_p$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_i = C$$

$$X_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Con todas las variables no negativas donde:

$z$  : Es la función objetivo del modelo, representa el riesgo del portafolio de inversión, compuesta por varios dividendos correspondiente a los activos  $x_i$ .

$\sigma_{ij}$  : Matriz de varianza y covarianza de los dividendos, activos  $i$  y  $j$ .

$X_i X_j$  : Variables de los dividendos correspondientes a los activos  $i$  y  $j$ .

$\bar{R}_i$  : Rentabilidad de los dividendos relacionados al activo  $i$

$R_p$  : Rentabilidad deseada del portafolio

$X_i$  : Variables de la inversión en el activo  $i$ ,

$C$  : Es una cantidad fija de dinero a repartirse entre los diferentes activos.

### 2.2.3. Condiciones de Kuhn – Tucker

#### Teorema 1

Suponga que (2.1) es un problema de minimización, si  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  es una solución óptima de (2.1), entonces  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  debe satisfacer las  $m$  restricciones de (2.1). Entonces se forma la siguiente función de Lagrange:

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) = f(x) - \sum_{i=1}^m \lambda_i [(g_i(x)) - c_i]$$

Dónde:  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  son multiplicadores de Lagrange

Después resuélvase el sistema:

$$\frac{\partial L}{\partial x_j} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.20)$$

$$\lambda_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.21)$$

$\frac{\partial L}{\partial x_j}$  Es la derivada parcial de una función  $L$  con respecto a una variable  $x_j$ .

Para resolver el programa (2.1) primero se anotan las condiciones de no negatividad, como  $-x_1 \leq 0, -x_2 \leq 0, \dots, -x_n \leq 0$ , así que el conjunto de restricciones está formado por  $m = n$  requerimientos en forma de desigualdad para  $m$  restricciones y  $n$  variables, cada uno con signo de menor o igual, después se agregan las variables de holgura  $x_{n+1}^2, x_{n+2}^2, \dots, x_{n+m}^2$  respectivamente a los lados izquierdos de las restricciones, convirtiendo con esto a cada desigualdad en una igualdad.

En este caso las variables de holgura se agregan como termino al cuadrado, a fin de garantizar su no negatividad. “Las desigualdades 2.19 - 2.21 constituyen las condiciones de Kuhn – Tucker para el programa (2.1) [17]”.

[17] Winston Wayne L.” Investigación de Operaciones “.Edición 2005. México Pág.670 y 674, Cap. 11 Programación No Lineal.



### 2.2.4. Uso de la Matriz Hessiana para Determinar la Convexidad

Para determinar si una función  $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  de  $n$  variable es convexa o cóncava en un conjunto  $S \subset \mathbb{R}^n$ , se supone que  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  tiene derivadas parciales continuas de segundo orden.

“Entonces se requieren las siguientes definiciones para hallar los valores de los determinantes menores principales de la  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  [17]”

#### Definición 1.

El Hessiano de  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  es la matriz de tamaño  $n \times n$  cuyo  $i, j$ -ésimo

elemento es  $H(x_1, x_2, \dots, x_n) = \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right]$ ,  $H(x_1, x_2, \dots, x_n)$  denota el valor del Hessiano

en  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$

#### Definición 2.

El menor principal de primer orden son los elementos diagonales de la matriz.

Un  $i$ -ésimo menor principal de una matriz de  $n \times n$  es el determinante de cualquier matriz  $i \times i$  obtenida al eliminar  $n - i$  filas y las  $n - i$  columnas correspondientes de la matriz.

#### Definición 3.

El menor principal de segundo orden de una matriz de  $n \times n$  es el determinante de la matriz  $k \times k$  obtenida al eliminar los últimos  $n - k$  filas y columnas de la matriz.

#### Definición 4.

El menor principal de tercer orden; es el determinante de la matriz Hessiana, desarrollado por los cofactores de la primera fila.

**Teorema 2.**

Suponga que  $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  tiene derivadas parciales continuas de segundo orden para cada punto  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in S$ , entonces  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  es una función convexa de  $S$  si y solo si para cada  $x \in S$  los menores principales de  $H = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  son no negativos.

**Teorema 3.**

Suponga que  $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  tiene derivadas parciales continuas de segundo orden para cada punto  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in S$ , entonces  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  es una función cóncava de  $S$  si y solo si para cada  $x \in S$  y  $k = 1, 2, \dots, n$  el valor del  $k$ -ésimo, los menores principales distintos de cero tienen el mismo signo que  $(-1)^k$ .  $k = 1, 2, \dots, n$

Por las definiciones (1 – 4) y los teoremas 2 y 3, se usa la matriz Hessiana para determinar si la función  $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  con  $x \neq 0$ , es convexa o cóncava.

Se concluye que:

1. Si  $H(x_1, x_2, \dots, x_n) > 0$ , entonces para un programa de minimización  $z > 0$  es definida positiva,

la función  $z$  es convexa y cualquier mínimo local en  $S \subset \mathbb{R}^n$  es un mínimo global.

2. Si  $H(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$ , entonces para un programa de minimización  $z \geq 0$  es positiva semi definida, la función  $z$  es convexa y cualquier mínimo local en  $S \subset \mathbb{R}^n$  es un mínimo global.

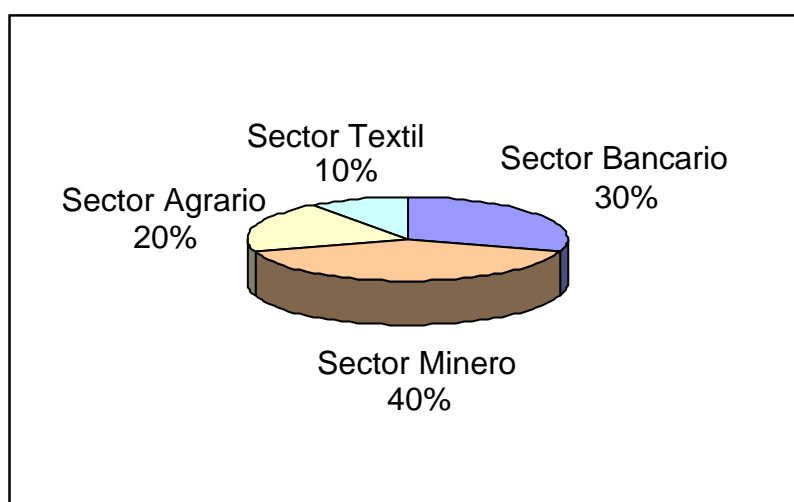
3. Si  $H(x_1, x_2, \dots, x_n) < 0$ , entonces para un programa de maximización  $z < 0$  es negativa definida, la función  $z$  es cóncava y cualquier máximo local en  $S \subset \mathbb{R}^n$  es un máximo global.

### 2.2.5. Construcción del Portafolio de Inversión

Construir un portafolio significa realizar la selección adecuada de las empresas de los diferentes sectores productivos, o de los activos bursátiles que lo integran para determinar la proporción de la inversión que se destinará a cada uno de estos activos.

Por ejemplo un portafolio de inversión puede estar conformado por empresas pertenecientes a diferentes sectores productivos con un determinado porcentaje de inversión; tal como se aprecia en el gráfico N° 2.1.

**GRÁFICO N° 2.1**  
**PORTAFOLIO DE INVERSIÓN**



Elaboración propia

#### 2.2.5.1 Diversificación del Portafolio de Inversión

Por ser la Bolsa de Valores sumamente sensible a una serie de factores ajenos incluso a la misma economía, es necesario diversificar al momento de invertir, lo que dará cierto grado de seguridad a un determinado portafolio.

“La ventaja de tener una cartera diversificada según Markowitz es reducir el riesgo [5]”.

[5] Bronson -Schaum,” Investigación de Operaciones “. Edición 1982.México. Pág.142. Cap.13.Programación Cuadrática.

### 2.2.6. Coeficientes de Correlación

El coeficiente de correlación es un número comprendido entre -1 y 1 esto es  $-1 < r_{ij} < 1$ , valores positivos indican que las dos activos aumentan o disminuyen en el mismo sentido, valores negativos significa que cuando un activo aumenta el otro disminuye o viceversa.

Si el coeficiente de correlación entre los activos bursátiles es negativo, esto hace que se reduzca el riesgo y se compensen las perdidas con las ganancias de otras acciones presentes en el portafolio.

El coeficiente de correlación es una medida de independencia lineal y se relaciona con la covarianza de la siguiente manera:

$$r_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j} = \frac{\text{Cov}(i,j)}{\sigma_i \times \sigma_j}$$

Dónde:

$\sigma_{ij}$ : Es la covarianza de rendimientos entre los activos

$\sigma_i$ : Es la desviación estándar del activo i

$\sigma_j$ : Es la desviación estándar del activo j

1. Si la correlación es  $r = 1$ , esto significa que los activos se mueven en la misma dirección y en la misma proporción, es decir están perfectamente correlacionadas, si una aumenta el otro también aumentara.

2. Si la correlación es  $r = -1$ , se dice que los dos activos tienden a moverse en la misma proporción pero en las direcciones opuestas, entonces la correlación es perfecta e inversa, es decir mientras un activo aumenta el otro activo disminuye.

3. Si la correlación es  $r = 0$  se dice que no existe correlación entre los dos activos y varían en forma independientes, la rentabilidad un activo no afectara la rentabilidad del otro activo. Según Markowitz el riesgo está en función de tres factores:

- La varianza o la desviación estándar de la rentabilidad de cada valor.
- El coeficiente de correlación entre las rentabilidades de cada par de valores.
- La proporción de cada valor en el portafolio.

### 2.2.7. Solución Analítica del Modelo de Programación Cuadrática

El propósito de resolver analíticamente el Modelo de Programación Cuadrática, es mostrar todo el proceso hasta llegar a su solución.

#### 1. Planteamiento del Problema

Se tiene un capital de S/.10, 000 para invertir en acciones comunes de tres empresas que cotizan en la Bolsa de Valores, como información se tiene los dividendos por acción que se pagan por estas acciones durante los pasados 5 años, esta información se muestra en el cuadro N° 2.1.

Se tiene dos requerimientos:

1.1. El rendimiento anual esperado, debe ser mayor o igual a 8%.

1.2. La varianza futura anual de los pagos de dividendos deberá ser tan pequeña como sea posible.

¿Cuánto se deberá invertir en cada acción a fin de lograr estos requerimientos?

#### 2. Pasos Para Resolver el Modelo:

- Elaboración del cuadro de dividendos que se pagan por las acciones
- Elaboración de la matriz de varianza y covarianza
- Elaboración del modelo de programación cuadrática
- Prueba de matriz convexa
- Análisis de las condiciones de Kuhn – Tucker
- Solución del modelo
- Calculo de los coeficientes de correlación
- Evaluación de los resultados

**CUADRO N° 2.1**  
**DIVIDENDOS EN CÉNTIMOS DE NUEVO SOL**  
**ACCIONES COMUNES PERIODO (2001-2005)**

EMPRESA	ACTIVOS	2001	2002	2003	2004	2005
Empresa1	Acciones comunes 1	0,10	0,04	0,12	0,13	0,06
Empresa2	Acciones comunes 2	0,06	0,09	0,06	0,05	0,09
Empresa3	Acciones comunes 3	0,17	0,01	0,11	0,19	0,02

Fuente Bolsa de Valores de Lima. Preparación propia

### 3. El Modelo de Programación Cuadrática es:

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = c$$

$$\bar{R}_1 x_1 + \bar{R}_2 x_2 + \bar{R}_3 x_3 \geq R_p$$

$$x_i \geq 0$$

### 4. Cálculo de las Varianzas

$$\sigma_{ii}^2 = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p x_{ii}^2 - \frac{1}{p^2} \left( \sum_{k=1}^p x_{ii} \right)^2$$

$$\sigma_{11}^2 = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 x_{11}^2 - \frac{1}{(5)^2} \left( \sum_{k=1}^5 x_{11} \right)^2$$

$$\sigma_{11}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0.1)^2 + (0.04)^2 + (0.12)^2 + (0.13)^2 + (0.06)^2 \right] - \frac{1}{25} [0.10 + 0.04 + 0.12 + 0.13 + 0.06]^2$$

$$\sigma_{11}^2 = \frac{1}{5} [0.0465] - \frac{1}{25} [0.45]^2$$

$$\sigma_{11}^2 = 0.0012$$

$$\sigma_{22}^2 = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 x_{22}^2 - \frac{1}{5^2} \left( \sum_{k=1}^5 x_{22} \right)^2$$

$$\sigma_{22}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0.06)^2 + (0.09)^2 + (0.06)^2 + (0.05)^2 + (0.09)^2 \right] - \frac{1}{25} [0.06 + 0.09 + 0.06 + 0.05 + 0.09]^2$$

$$\sigma_{22}^2 = \frac{1}{5} [0.0259] - \frac{1}{25} [0.35]^2$$

$$\sigma_{22}^2 = 0.00028$$

### 5. Cálculo de las Covarianzas donde $i \neq j$

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p x_i x_j - \frac{1}{p^2} \left( \sum_{k=1}^p x_i \right) \left( \sum_{k=1}^p x_j \right)$$

$$\sigma_{12} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 x_1 x_2 - \frac{1}{5^2} \left( \sum_{k=1}^5 x_1 \right) \left( \sum_{k=1}^5 x_2 \right)$$

$$\sigma_{12}^2 = \frac{1}{5} [0.10 \times 0.06 + 0.04 \times 0.09 + 0.12 \times 0.06 + 0.13 \times 0.05 + 0.06 \times 0.09] - \frac{1}{25} [0.10 + 0.04 + 0.12 + 0.13 + 0.06] [0.06 + 0.09 + 0.06 + 0.05 + 0.09]$$

$$\sigma_{12} = \frac{1}{5} [0.0287] - \frac{1}{25} [0.45] [0.35]$$

$$\sigma_{12} = -0.00056$$

$$\sigma_{21} = -0.00056$$

$$\sigma_{13} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 x_1 x_3 - \frac{1}{5^2} \left( \sum_{k=1}^5 x_1 \right) \left( \sum_{k=1}^5 x_3 \right)$$

$$\sigma_{13} = \frac{1}{5} [0.10 \times 0.17 + 0.04 \times 0.01 + 0.12 \times 0.11 + 0.13 \times 0.19 + 0.06 \times 0.02] - \frac{1}{25} [0.10 + 0.04 + 0.12 + 0.13 + 0.06] [0.17 + 0.01 + 0.11 + 0.19 + 0.02]$$

$$\sigma_{13} = \frac{1}{5} [0.0565] - \frac{1}{25} [0.45] [0.50]$$

$$\sigma_{13} = 0.0023$$

$$\sigma_{31}^2 = 0.0023$$

$$\sigma_{23} = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^5 x_2 x_3 - \frac{1}{5^2} \left( \sum_{k=1}^5 x_2 \right) \left( \sum_{k=1}^5 x_3 \right)$$

$$\sigma_{23} = \frac{1}{5} [0.06 \times 0.17 + 0.09 \times 0.01 + 0.06 \times 0.11 + 0.05 \times 0.19 + 0.09 \times 0.02] - \frac{1}{25} [0.06 + 0.09 + 0.06 + 0.05 + 0.09] [0.17 + 0.01 + 0.11 + 0.19 + 0.02]$$

$$\sigma_{23} = \frac{1}{5} [0.029] - \frac{1}{25} [0.35] [0.5]$$

$$\sigma_{23} = -0.0012$$

$$\sigma_{32}^2 = -0.0012$$

## 6. Matriz de Varianzas y Covarianzas

Los valores calculados de las varianzas y covarianzas se muestran en la matriz:

$$M=M^T=\begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.00120 & -0.00056 & 0.0023 \\ -0.00056 & 0.00028 & -0.0012 \\ 0.00230 & -0.00120 & 0.00552 \end{pmatrix}$$

La función objetivo de  $f(x_1, x_2, x_3) = z$  es:

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j$$

$$\begin{aligned} z = & \sigma_{11}^2 x_1^2 + \sigma_{12} x_1 x_2 + \sigma_{13} x_1 x_3 + \\ & \sigma_{21} x_2 x_1 + \sigma_{22}^2 x_2^2 + \sigma_{23} x_2 x_3 + \\ & \sigma_{31} x_3 x_1 + \sigma_{32} x_3 x_2 + \sigma_{33}^2 x_3^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Reemplazando los valores de la matriz M, considerando primero los valores de la varianzas (diagonal de la matriz), y luego los valores de la covarianza se tiene:

$$\begin{aligned} z = & 0.00120x_1^2 + 0.00028x_2^2 + 0.00552x_3^2 - 0.00056x_1x_2 + 0.0023x_1x_3 \\ & - 0.0012x_2x_3 - 0.00056x_2x_1 + 0.0023x_3x_1 - 0.0012x_3x_2 \end{aligned}$$

## 7. Rendimiento de los Dividendos por Activo Bursátil

$$\bar{R}_i = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{5}$$

$$\bar{R}_1 = \frac{(0.10 + 0.04 + 0.12 + 0.13 + 0.06)}{5} = 0.09$$

$$\bar{R}_2 = \frac{(0.06 + 0.09 + 0.06 + 0.05 + 0.09)}{5} = 0.07$$

$$\bar{R}_3 = \frac{(0.17 + 0.01 + 0.11 + 0.19 + 0.02)}{5} = 0.10$$

La rentabilidad o ganancia determinada del portafolio es 8% entonces

$$R_p = \frac{8 \times 10,000}{100} = 800$$

$$\bar{R}_1 x_1 + \bar{R}_2 x_2 + \bar{R}_3 x_3 \geq R_p$$

$$0.09x_1 + 0.07x_2 + 0.10x_3 \geq 800 \quad (3)$$



## 8. Inversión o Capital

La suma de las variables es igual al capital o la inversión total, en este caso es S/.10, 000

$$x_1 + x_2 + x_3 = C$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10,000 \quad (4)$$

## 9. Programa de Minimización

La función objetivo es obtener una varianza  $\sigma^2 = z$  tan pequeña como sea posible, que garantizara el porcentaje óptimo de inversión que le corresponde a cada uno de las acciones.

De (2), (3) y (4) Se tiene el Programa:

Minimizar:

$$Z = -0.0012x_{11}^2 - 0.00028x_{22}^2 - 0.00552x_{33}^2 + 0.00056x_1x_2 - 0.0023x_1x_3 + 0.0012x_2x_3 + 0.00056x_2x_1 - 0.0023x_3x_1 + 0.0012x_3x_2 \quad (5)$$

Sujeto a:

$$0.09x_1 + 0.07x_2 + 0.10x_3 \geq 800 \quad \text{Rentabilidad del portafolio}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10,000 \quad \text{Inversión en el portafolio}$$

$$X_i \geq 0$$

Así se tiene un programa no lineal donde la función objetivo es la matriz de varianzas y covarianzas formado por términos de primer y segundo grado, con restricciones lineales.

## 10. Programa de Maximización

Los programas de minimización se convierten en programas de maximización multiplicando la función objetivo por -1, entonces se tiene el programa.

Maximizar:

$$Z = -0.0012 x_{11}^2 - 0.00028 x_{22}^2 - 0.00552 x_{33}^2 + 0.00056 x_1 x_2 - 0.0023 x_1 x_3 + 0.0012 x_2 x_3 + 0.00056 x_2 x_1 - 0.0023 x_3 x_1 + 0.0012 x_3 x_2 \quad (6)$$

Sujeto a:

$$0.09x_1 + 0.07x_2 + 0.10x_3 \geq 800$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10,000 \quad \text{Esta restricción es equivalente a:}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10,000$$

$$-x_1 - x_2 - x_3 \leq -10,000$$

Agregándoles las condiciones de no negatividad de las variables en las restricciones, representan la forma estándar, luego el programa a resolver es:

Maximizar:

$$Z = -0.0012 x_{11}^2 - 0.00028 x_{22}^2 - 0.00552 x_{33}^2 + 0.00056 x_1 x_2 - 0.0023 x_1 x_3 + 0.0012 x_2 x_3 + 0.00056 x_2 x_1 - 0.0023 x_3 x_1 + 0.0012 x_3 x_2 \quad (7)$$

Sujeto a:

$$0.09x_1 + 0.07x_2 + 0.10x_3 \geq 800$$

$$x_1 + x_2 + x_3 - 10,000 \leq 0$$

$$-x_1 - x_2 - x_3 + 10,000 \leq 0$$

## 11. Condiciones Kuhn - Tucker

El programa de maximización (7) se puede expresar como (8) y tendrá un conjunto de soluciones donde el óptimo son las variables  $(l_1, l_2, l_3, x_1, x_2, x_3)$  con valores no negativos, tal como lo requieren las condiciones de Kuhn –Tucker,

$$z = -0.0012x_1^2 - 0.00028x_2^2 - 0.00552x_3^2 + 0.00056x_1x_2 - 0.0023x_1x_3 + 0.0012x_2x_3 + 0.00056x_2x_1 - 0.0023x_3x_1 + 0.0012x_3x_2$$

$$g_1(x_1, x_2, x_3) = -0.09x_1 - 0.07x_2 - 0.10x_3 + 800 \quad (8)$$

$$g_2(x_1, x_2, x_3) = -x_1 - x_2 - x_3 + 10,000$$

$$g_3(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3 - 10,000$$

## 12. Función de Lagrange (L):

Para el programa (8) la función de Lagrange es:

$$L = -0.0012x_1^2 - 0.00028x_2^2 - 0.00552x_3^2 + 0.00056x_1x_2 - 0.0023x_1x_3 + 0.0012x_2x_3 + 0.00056x_2x_1 - 0.0023x_3x_1 + 0.0012x_3x_2 - \lambda_1(x_1 + x_2 + x_3 - 100) - \lambda_2(-x_1 - x_2 - x_3 + 100) - \lambda_3(-0.09x_1 - 0.07x_2 - 0.10x_3 + 800)$$

Derivadas de la función de Lagrange:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = -0.0024x_1 + 0.00056x_2 - 0.0023x_3 + 0.00056x_2 - 0.0023x_3 - \lambda_1 + \lambda_2 + 0.09\lambda_3$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = -0.0024x_1 + 0.00112x_2 - 0.0046x_3 - \lambda_1 + \lambda_2 + 0.09\lambda_3 = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = -0.00056x_2 + 0.00056x_1 + 0.0012x_3 + 0.00056x_1 + 0.0012x_3 - \lambda_1 + \lambda_2 + 0.07\lambda_3$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0.00056x_2 + 0.00112x_1 + 0.0024x_3 - \lambda_1 + \lambda_2 + 0.07\lambda_3 = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_3} = -0.01104x_3 - 0.0023x_1 + 0.0012x_2 - 0.0023x_1 + 0.0012x_2 - \lambda_1 + \lambda_2 + 0.10\lambda_3$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_3} = -0.01104x_3 - 0.0046x_1 + 0.0024x_2 - \lambda_1 + \lambda_2 + 0.10\lambda_3 = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = -x_1 - x_2 - x_3 + 10,000 = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = x_1 + x_2 + x_3 - 10,000 = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = 0.09x_1 + 0.07x_2 + 0.10x_3 - 800 = 0 \quad (14)$$

### 13. Modelo de Programación Cuadrática a Resolver

Ordenando las variables de los resultados del (9) al (14), el sistema a resolver es el siguiente:

$$-0.0024x_1 + 0.00112x_2 - 0.0046x_3 - \lambda_1 + \lambda_2 + 0.09\lambda_3 = 0 \quad (15)$$

$$0.00112x_1 + 0.00056x_2 + 0.0024x_3 - \lambda_1 + \lambda_2 + 0.07\lambda_3 = 0 \quad (16)$$

$$-0.0046x_1 + 0.0024x_2 - 0.01104x_3 - \lambda_1 + \lambda_2 + 0.10\lambda_3 = 0 \quad (17)$$

$$-x_1 - x_2 - x_3 + 10,000 = 0 \quad (18)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 - 10,000 = 0 \quad (19)$$

$$0.09x_1 + 0.07x_2 + 0.10x_3 - 800 = 0 \quad (20)$$

Una primera solución es:  $\lambda_1 = \lambda_3 = 0$  y  $x_3 = 0$

Reemplazando:  $\lambda_1 = \lambda_3 = 0$  en (15), (16) y (17), reemplazando  $x_3 = 0$  en (18), (19) y (20), se tiene el sistema:

$$-0.0024x_1 + 0.00112x_2 + \lambda_2 = 0 \quad (21)$$

$$0.00112x_1 + 0.00056x_2 + \lambda_2 = 0 \quad (22)$$

$$-0.0046x_1 + 0.0024x_2 + \lambda_2 = 0 \quad (23)$$

$$-x_1 - x_2 + 10,000 = 0 \quad (24)$$

$$x_1 + x_2 - 10,000 = 0 \quad (25)$$

$$0.09x_1 + 0.07x_2 - 800 = 0 \quad (26)$$

En (24) despejamos  $x_1$ ; Entonces  $x_1 = 10,000 - x_2$

Reemplazando en (26) se tiene el valor de  $x_2$ :

$$0.09(10,000 - x_2) + 0.07x_2 - 800 = 0$$

$$900 - 0.09x_2 + 0.07x_2 - 800 = 0$$

$$100 - 0.02x_2 = 0$$

$$0.02x_2 = 100$$

$$x_2 = \frac{100}{0.02}$$

$$x_2 = 5,000 \quad (27)$$

Reemplazamos (27) en (25) se consigue el valor de  $x_1$

$$x_1 + x_2 - 10,000 = 0$$

$$x_1 + 5,000 - 10,000 = 0$$

$$x_1 - 5,000 = 0$$

$$x_1 = 5,000 \quad (28)$$

Como primera solución se tenía:

$$x_3 = 0 \quad (29)$$

La solución directamente a partir de las condiciones de Kuhn-Tucker es (27), (28) y (29), es decir:

$$x_1 = 5,000$$

$$x_2 = 5,000$$

$$x_3 = 0$$

Reemplazando los resultados de (27), (28) y (29) en la función objetivo del programa de minimización (5) se tiene:

$$z = 0.0012x_{11}^2 + 0.00028x_{22}^2 + 0.00552x_{33}^2 - 0.00056x_1x_2 + 0.0023x_1x_3 - 0.0012x_2x_3 - 0.00056x_2x_1 + 0.0023x_3x_1 - 0.0012x_3x_2$$

$$z = 0.0012(5,000)^2 + 0.00028(5,000)^2 + 0.00552(0)^2 - 0.00056(5,000)(5,000) + 0.0023(5,000)(0) - 0.0012(5,000)(0) - 0.00056(5,000)(5,000) + 0.0023(0)(5,000) - 0.0012(0)(5,000)$$

$$z = 30,000 + 7,000 - 14,000 - 14,000$$

$$z = 9,000$$

$z$  es la varianza, entonces la desviación estándar es su raíz cuadrada:

$$z = \sqrt{9,000}$$

$$z = 94.86$$

94.86 es el riesgo para la inversión de S/.10, 000. Las soluciones tienen valores no negativos para todas las variables, como lo requieren las condiciones de Kuhn – Tucker, habrán otras soluciones para este modelo pero no cumplirán las condiciones de Kuhn – Tucker.

#### 14. Comprobación de Resultados de la Solución Analítica con el Software Lingo

Se comprueba la solución analítica obtenidos con las condiciones de Kuhn – Tucker, procesando el modelo con el software Lingo, tal como se muestra en el siguiente resultado:

1. La escritura del modelo para lingo es la siguiente:

$\text{MIN}=0.0012*X1^2+0.00028*X2^2+0.00552*X3^2$

$-0.00056*X1*X2+0.0023*X1*X3-0.0012*X2*X3$

$-0.00056*X2*X1+0.0023*X3*X1-0.0012*X3*X2;$

$0.09*X1+0.07*X2+0.010*X3 \geq 800;$

$X1+X2+X3=10000;$

2. Solución

Model is quadratic.

Global optimal solution found.

Objective value: 9000.000

Total solver iterations: 8

Variable	Value	Reduced Cost
X1	5000.000	0.000000
X2	5000.000	0.000000
X3	0.000000	41.40000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	9000.000	-1.000000
2	0.000000	-460.0000
3	0.000000	35.00000

### 15. Interpretación de los Resultados del Modelo de Programación Cuadrática

El resultado del programa es el portafolio donde para ganar el 8% es decir S/.800, en un plazo de un año con un riesgo de 94.86 (desviación estándar). La inversión es la siguiente:

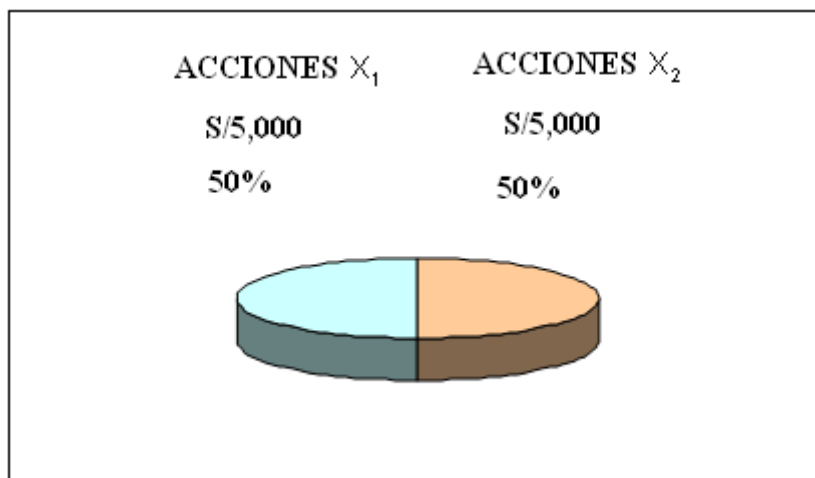
Invertir S/.5, 000 en el activo X1.

Invertir S/.5, 000 en el activo X2.

No invertir (S/.0.0) en el activo X3.

Esta distribución se muestra en el gráfico N° 2.2.

**GRÁFICO N° 2.2**  
**PORTAFOLIO DE INVERSIÓN**  
**MODELO DE PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA**



Preparación propia

## 16. Coeficientes de Correlación de los Activos Bursátiles

Uno de los resultados más importantes de la regresión simple es el coeficiente de correlación que representa la dirección y fuerza de la relación entre los activos bursátiles y este puede tomar valores entre -1 y 1.

El coeficiente de correlación se calcula mediante la siguiente relación:

$$r_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j} = \frac{\text{Cov}(i,j)}{\sigma_i \times \sigma_j}$$

Dónde:

$\sigma_{ij}$  = Covarianza

$\sigma_i \times \sigma_j$  = Desviaciones Estandar

De la matriz de varianzas y covarianzas  $M=M^T$  (Ver Pag.24), los valores de la parte superior e inferior de la diagonal son las covarianzas, en la diagonal están las varianzas.

1. Cálculos de los Coeficientes de Correlación de  $X_1$  y  $X_2$ :

$$r_{1,2} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{11} \cdot \sigma_{22}} = \frac{-0.00056}{0.035 \times 0.017} = -0.941 = 94.10\%$$

2. Cálculos de los Coeficientes de Correlación  $X_1$  y  $X_3$

$$r_{1,3} = \frac{\sigma_{13}}{\sigma_{11} \cdot \sigma_{33}} = \frac{0.00230}{0.035 \times 0.074} = 0.888 = 88.8\%$$

3. Coeficiente de correlación  $X_2$  y  $X_3$

$$r_{2,3} = \frac{\sigma_{23}}{\sigma_{22} \cdot \sigma_{33}} = \frac{-0.00120}{0.017 \times 0.074} = -0.954 = 95.4\%$$

En lo que respecta a los Coeficientes de Correlación, es suficiente considerar los activos  $X_1, X_2 = -0.954$ , puesto que no se debe invertir en el activo  $X_3$ .

La correlación negativa indica si  $X_1$  baja,  $X_2$  subirá y viceversa, lo que indica una buena diversificación del riesgo



### 17. Probar si la Función Objetivo del Programa de Minimización es Matriz Convexa

Es posible probar que la función objetivo del programa de minimización es una matriz convexa, por la definición 1. (Ver 2.2.4.Pag.17). Se tiene la función objetivo siguiente:

$$Z = 0.0012x_{11}^2 + 0.00028x_{22}^2 + 0.00552x_{33}^2 - 0.00056x_1x_2 + 0.0023x_1x_3 - 0.0012x_2x_3 - 0.00056x_2x_1 + 0.0023x_3x_1 - 0.0012x_3x_2$$

1. Las derivadas de segundo orden definidas por:

$$H(x_1, x_2, x_3) = \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right] \quad (i, j=1, 2, \dots, n) \text{ son:}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_{11}^2} = 0.0024x_{11} = 0.0024$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_{22}^2} = 0.00056x_{22} = 0.00056$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_{33}^2} = 0.01104x_{33} = 0.01104$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1} = -0.00056x_2 = -0.00056$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_2} = -0.00056x_1 = -0.00056$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1} = 0.00023x_3 = 0.00023$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_3} = 0.00023x_1 = 0.00023$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_2} = -0.0012x_3 = -0.0012$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_3} = -0.0012x_2 = -0.0012$$

Luego la matriz Hessiana está dado por

$$H(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} 0.0024 & -0.00056 & 0.00023 \\ -0.00056 & 0.00056 & -0.0012 \\ 0.00023 & -0.0012 & 0.01104 \end{pmatrix}$$

## 2. Menor Principal de Primer Orden

Por la definición 2. (Ver 2.2.4.Pag.17), para cualquier matriz, los primeros menores principales de  $H(x_1, x_2, x_3)$  son los elementos diagonales de la matriz entonces se tiene:

$$0.0024 > 0$$

$$0.00056 > 0$$

$$0.01104 > 0$$

## 3. Menor Principal de Segundo orden

Por la definición 3, en  $H(x_1, x_2, x_3)$  los menores principales de segundo orden son:

Eliminado la fila 1 y columna 1 en  $H(x_1, x_2, x_3)$

$$\det = \begin{bmatrix} 0.00056 & -0.0012 \\ -0.0012 & 0.01104 \end{bmatrix} = 0.000004 > 0$$

Eliminado la fila 2 y columna 2 en  $H(x_1, x_2, x_3)$

$$\det = \begin{bmatrix} 0.0024 & 0.00023 \\ 0.00023 & 0.01104 \end{bmatrix} = 0.00002 > 0$$

Eliminado la fila 3 y columna 3 en  $H(x_1, x_2, x_3)$

$$\det = \begin{bmatrix} 0.0024 & -0.00056 \\ -0.00056 & 0.00056 \end{bmatrix} = 0.000001 > 0$$

## 4. Menor Principal de Tercer Orden

El menor principal de tercer orden, es el determinante del Hessiano, desarrollando por los cofactores de la fila 1, se encuentra el menor principal de tercer orden

$$\det H(x_1, x_2, x_3) = 0.0024 \begin{bmatrix} 0.00056 & -0.0012 \\ -0.0012 & 0.01104 \end{bmatrix} - 0.00056 \begin{bmatrix} -0.00056 & -0.0012 \\ 0.00023 & 0.01104 \end{bmatrix} + 0.00023 \begin{bmatrix} -0.00056 & 0.00056 \\ 0.00023 & -0.0012 \end{bmatrix}$$

$$\det H(x_1, x_2, x_3) = 0.000000008 > 0$$

Debido a que  $(x_1, x_2, x_3)$  los menores principales del Hessiano, son no negativos (es positiva), se demuestra que la matriz  $H(x_1, x_2, x_3)$  es convexa en  $\mathbb{R}^3$ . Esto implica que cualquier óptimo local es equivalente a tener un óptimo global.

## 18. El Software Matlab

Es posible usar el software Matlab; para simplificar los cálculos de los determinantes de los menores principales de segundo y tercer orden de la matriz Hessiana.

Ejemplo:

Hallar el **Menor Principal de Tercer Orden** (determinante de la matriz Hessiana) de la solución analítica del modelo de programación cuadrática.

El procedimiento es el siguiente:

Introducir la matriz Hessiana  $H(x_1, x_2, x_3, x_4)$  de la forma siguiente:

```
H= [0.0024 -0.00056 0.00023;-0.00056 0.00056 -0.0012; 0.00023 -
0.0012 0.01104]
```

Presione Enter:

H =

```
    0.0024    -0.0006    0.0002
   -0.0006     0.0006   -0.0012
    0.0002   -0.0012    0.0110
```

Escribir:

```
>> H = det (H)
```

Presione: Enter

```
H = 8.1991e-009
```

Matlab devuelve el resultado en expresión numérica científica, su equivalencia es

```
H = 0.000000008 >0
```

El procedimiento es el mismo para hallar los determinantes de los menores principales de segundo orden.

### **2.2.8. Análisis Fundamental**

La Técnica del Análisis Fundamental se basa en el estudio de los indicadores macroeconómicos, análisis del sector empresarial, análisis de la empresa y la evolución de los acontecimientos políticos y sociales, es decir evaluar los momentos por el que pasan los respectivos sectores del país, esta técnica sirve para evaluar la conveniencia de comprar o vender acciones y de todo activo bursátil en la Bolsa de Valores.

El análisis de la empresa es mas específico, se debe analizar a las empresas a partir de unos ratios financieros y seleccionar a las más competitivas por sector productivo.

Justamente esta investigación utiliza la información que proporciona la técnica del Análisis Fundamental, en particular los ratios financieros en la formulación del Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros.

#### **2.2.8.1 Análisis Macroeconómico**

Los Indicadores macroeconómicos considerados en el análisis son:

1. Producto Bruto Interno (PBI)
2. Inflación
3. Riesgo País (situación social, económica y política del país)

##### **1. Producto Bruto Interno**

El Producto Bruto Interno (PBI) es la sumatoria de todos los bienes y servicios que se producen en el país durante un periodo de tiempo; por lo general un año, a través del PBI se puede apreciar el crecimiento o decrecimiento de una economía en particular, el buen crecimiento del producto interno bruto se traduce en grandes ganancias para las empresas. Las partidas consideradas para elaborar el producto bruto interno son las siguientes:

- Los gastos de los consumidores
- Los gastos gubernamentales
- Los gastos de bienes de capital
- El comercio exterior

## **2. Inflación**

Se define como un aumento en los precios, la evolución de la inflación se mide por la variación del Índice de Precios al Consumidor (IPC). Podemos distinguir dos tipos:

2.1 Inflación de demanda; cuando la demanda general de bienes se incrementa y el sector productivo no satisface la demanda existente.

2.2. Inflación de costos; el coste de la mano de obra o las materias primas se encarece y por mantener la tasa de beneficio los productores aumentan sus precios.

## **3. Riesgo País**

El Banco J.P Morgan a través del índice EMBIG (Emerging Markets Bond Index Global) mide el nivel de riesgo de los mercados emergentes.

El método Incluye un sistema de puntuaciones, para el país bajo consideración donde cada ítem es detallado de la más alta a la más baja puntuación. La suma de las puntuaciones es usada como una medida del riesgo país.

Para esto considera la diferencia de rentabilidad de una canasta de bonos denominados en dólares del país emergente y el rendimiento de Bonos del Tesoro de Estados Unidos.

La meta de todo país es reducir al mínimo dicho indicador, lo que implica que puede emitir bonos (obtener financiamiento), ofreciendo una menor tasa de interés.

En lo social considera la posibilidad de guerras, revoluciones e insurrecciones.

En lo económico, cuando se opera directamente con el gobierno, la posibilidad de que un estado no acepte parcial o totalmente una determinada deuda. En lo político, la posibilidad de expropiaciones por parte del estado.

Se usa para mejorar el análisis en tomar decisiones de inversión a largo plazo o de financiamiento en un determinado país.

### **2.2.8.2. Análisis del Sector Empresarial**

Este análisis corresponde a los diferentes sectores empresariales, como el sector minero, industrial, agrario, bancario, textil, eléctrico, etc. estos sectores tienen perspectivas diferentes, lo que incide en riesgos específicos, es decir el buen momento que puede tener el sector agrario a nivel internacional, ayudaría a elevar el precio de las acciones de las empresas de este sector que cotizan en la Bolsa de Valores.

### **2.2.8.3. Análisis de la Empresa**

Las empresas sin importar su tamaño o envergadura asumen una serie de riesgos en los diferentes procesos de la producción, estos pueden ser escases y/o alza de precios de las materias primas, disminución de las ventas, la competencia, huelgas, entre otros.

Por lo tanto es necesario analizar sus estados contables, específicamente el patrimonio neto, ganancias y pérdidas, precio/beneficio o Price/Earnings Ratio (PER) y precio/valor contable; la información obtenida de estos ratios es de gran importancia para conocer la situación financiera de la empresa.

Esta investigación propone utilizar el Análisis Fundamental como un filtro que permita seleccionar a las empresas mejor posesionadas con respecto a un determinado ratio, para luego ser utilizados en la formulación del Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros.

#### **2.2.8.3.1. Patrimonio Neto**

El Patrimonio Neto representa el conjunto de bienes y derechos de cobro que la empresa posee, para ejercer su actividad; restando las deudas u obligaciones contraídas con terceros.

El patrimonio neto estará constituido por lo que la empresa tiene, menos lo que la empresa debe, es decir, todos los activos menos sus pasivos. El concepto contable del patrimonio esta dado por  $\text{Patrimonio Neto} = \text{activos} - \text{pasivos}$ .

### 2.2.8.3.2. Ganancias y Pérdidas

El ratio Ganancias y Pérdidas es un documento contable, que informa de los ingresos y los gastos soportados por una empresa durante un periodo determinado, así como las causas que lo han originado. La diferencia entre ambos es el Resultado generado durante dicho periodo.

Es decir: Resultado = Ingresos - Gastos.

### 2.2.8.3.3. Precio/Beneficio o Price/Earnings Ratio (PER)

El precio/beneficio o el Price/Earnings Ratio (PER) se interpreta en años; tiempo en que el inversionista recupera su inversión en bolsa, además evalúa si la acción es cara o barata.

Su cálculo está dado por:

$$\text{PER} = \frac{\text{Precio de la Accion}}{\text{Beneficio por Accion}}$$

Dónde:

$$\text{Beneficio por Accion} = \frac{\text{Ganancias y Perdidas}}{\text{Monto Nominal Acciones en Circulacion}}$$

Ejemplo:

Si adquirimos un negocio por S/.100, 000 y nos va reportar S/.10 ,000 de beneficio anual, en diez años recuperaremos nuestra inversión, es decir el PER es:  $100,000/10,000 = 10$  años.

Si nos reporta S/.5 ,000 de beneficio anual, en veinte años recuperaremos nuestra inversión, es decir el PER es:  $100,000 / 5,000 = 20$  años.

Se observa que cuando los beneficios son mayores la inversión se recupera en menos años.

El PER también define si una acción es cara o barata, mediante los siguientes rangos:

1. PER hasta 10 años, acción barata
2. PER de 11 – 17 años, acción normal
3. PER más de 17 años, acción cara

#### 2.2.8.3.4. Valor Contable

Es el resultado de dividir el patrimonio neto de la sociedad entre todas las acciones emitidas. Este valor nos indica lo que cobrarían los accionistas si se disolviera la sociedad., el resultado es el valor teórico de la acción.

Un valor contable creciente es considerado generalmente como saludable para la empresa y en sentido inverso indica una situación financiera debilitada

#### 2.2.8.3.5. Precio/Valor Contable

El precio/valor contable relaciona el precio de mercado de la acción con el valor contable de la empresa, brinda información acerca si la acción esta sobre valorada (por encima de su valor económico) o infravalorada (por debajo de su valor económico).

Ejemplo:

$$\text{Valor Contable} = \frac{\text{Total Patrimonio Neto x Valor Nominal}}{\text{Monto Nominal Acciones en Circulacion}}$$

$$\text{Valor Contable} = \frac{S/. 200,000 \times S/.1,0}{200,000 \text{ Acciones}} = S/.1.0$$

Supongamos que la acción se cotiza en la Bolsa de Valores a S/.2.0,entonces para el ratio precio / valor contable se tiene:

$$\text{Precio/Valor Contable} = \frac{\text{Precio de la Acción}}{\text{Valor Contable}}$$

$$\text{Precio/Valor Contable} = \frac{2}{1} = S/.2.0$$

Se estaría pagando 2 veces el valor contable de la acción, cuanto mayor sea ese ratio más caro esta el valor de la acción



### 2.2.9. Mejoras en la Optimización del Modelo de Programación Cuadrática

Las mejoras que se proponen es utilizar la técnica del Análisis fundamental, esta técnica permite el análisis macroeconómico, el análisis del sector productivo y de las empresas donde se desea invertir, se aprovecha toda esta información para formular el Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros, generando cuatro portafolios. La justificación de estas mejoras son las siguientes:

1. El modelo clásico de Programación Cuadrática al formularse con un solo valor, como es el caso de los dividendos, estos reflejan las utilidades de la empresa, a más utilidades la empresa estará en condiciones de pagar mejores dividendos, pero también puede ser una promesa de pago; con el propósito de captar más accionistas.

**Por lo que es necesario además de los dividendos, evaluar los ratios financieros: Patrimonio Neto, Ganancias y Pérdidas, Precio/Beneficio (PER) y Precio/Valor Contable para mejorar el análisis sobre la empresa.**

2. No es suficiente un análisis solo en función de un solo valor, la razón es que las empresas que cotizan en la Bolsa de Valores están sujetas a la economía global.

**Por lo que es necesario el análisis macroeconómico y también analizar el sector productivo a la cual pertenece la empresa.**

3. Al optimizar el Modelo de Programación Cuadrática, en función de los dividendos se obtiene la función objetivo (varianza) que representa el riesgo de la inversión, un solo valor del estadístico varianza, es difícil de interpretar.

**Por lo que es mejor obtener dos o más valores de varianza para su comparación.**

4. El Modelo de Programación Cuadrática puede optimizar para empresas del mismo sector productivo, lo que no es conveniente; porque de producirse una crisis en este sector productivo afectaría negativamente el portafolio.

**La solución en este punto es evaluar a la empresa por sector productivo y seleccionar a las más rentables en función de sus ratios financieros para generar los portafolios del modelo cuadrático.**

### **2.2.10. Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros**

El Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros es la herramienta que esta tesis propone para la evaluación y optimización de una rentabilidad predeterminada minimizando el riesgo de las inversiones en activos que se cotizan en la Bolsa de Valores.

El Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros tiene las siguientes características:

1 Procesa toda la información disponible del mercado; análisis macroeconómico, sectores productivos, lo que garantiza conocer bien el entorno económico donde se desea invertir.

2. Evalúa la situación contable de la empresa en función de los siguientes ratios financieros:

Patrimonio Neto, Ganancias y Pérdidas, Precio/Beneficio o Price/Earnings Ratio (PER) y

Precio/Valor Contable, el resultado de esta evaluación y los dividendos que se pagan por las acciones comunes sirven para formular el modelo cuadrático.

3. La función objetivo del Modelo de Programación Cuadrática minimiza la variación total de los pagos futuros y representa el riesgo del portafolio.

4. El Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros hace posible que se genere los siguientes cuatro portafolios:

- Portafolio N° 1. Programación Cuadrática - Patrimonio Neto
- Portafolio N° 2. Programación Cuadrática - Ganancias y Pérdidas
- Portafolio N° 3. Programación Cuadrática - Precio/Beneficio (PER)
- Portafolio N° 4. Programación Cuadrática - Precio/Valor Contable

### **2.2.11. Generación del Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros**

Como lo propone esta tesis, se aplica la técnica del análisis fundamental antes de generar propiamente el modelo de programación cuadrática. El software Lingo, con la opción **Quadratic recognition** hace que Lingo identifique si el modelo no lineal es un modelo cuadrático y de ser así; aplica las condiciones de Kunh –Tucker.

El Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros en su forma general queda reducido a los siguientes pasos:

## **3. Análisis Fundamental**

### **3.1. Análisis Macroeconómico:**

El análisis macroeconómico nos indica el momento por el cual pasa la economía del país, en función de los siguientes indicadores:

1. Producto Bruto Interno
2. Inflación
3. Riesgo País (situación social, económica y política del país).

### **3.2. Análisis del Sector Productivo**

El análisis se hace en base a cuadros estadísticos relacionados con crecimiento económico, producción, nivel de ventas, precios internacionales del o los sectores productivos donde se desea invertir.

Por ejemplo se tiene los siguientes sectores productivos:

Agropecuaria, textil, minero, bancario, industrial, inmobiliario, constructoras, entre otros. Elegir  $n$  sectores productivos donde se desea invertir.

### **3.3. Empresas que Cotizan en la Bolsa de Valores**

Determinado el sector productivo donde se desea invertir, seleccione  $n$  empresas que cotizan en la Bolsa de Valores, como mínimo 2 empresas por sector productivo.

Los inversionistas deben elegir entre las empresas registradas en los siguientes índices de la Bolsa de Valores de Lima:

- Índice General de la Bolsa de Valores de Lima (IGBV)
- Índice Selectivo de la Bolsa de Valores de Lima (ISBV)
- Índice Nacional de Capitalización de la Bolsa de Valores de Lima (INCA).

### 3.4. Análisis de las Empresas

Analizar a las empresas en función de los siguientes ratios:

1. Patrimonio Neto
2. Ganancias y Pérdidas
3. Precio/Beneficio (PER)
4. Precio/Valor Contable

Los pasos 3.2 y 3.3 se pueden representar mediante el cuadro 2.2.

Dónde:

E1, E2,...n, empresas. D11, D12,...n, dividendos y k1, k2...kp. , periodo dado en años.

**CUADRO 2.2**  
**DIVIDENDOS QUE SE PAGAN POR LAS ACCIONES COMUNES DE EMPRESAS**

EMPRESAS	SEC. PRODUCTIVO	K1	K2	K3	K4	kp
E1	Minero	D11	D12	D13	D14	D1n
E2	Bancario	D21	D22	D23	D24	D2n
E3	Industrial	D31	D32	D33	D34	D3n
E4	Agrario	D41	D42	D43	D44	D4n
E5	Energía	D51	D52	D53	D54	D5n
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.n	.n	Dn1	Dn2	Dn3	Dn4	Dnn

Preparación propia

### 4. Matriz de Varianzas y Covarianzas

1. Generar la matriz de varianzas y covarianzas, en función de los dividendos que se pagan por las acciones.

$$\sigma_p^2 = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 & \dots & X_n \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} & \sigma_{15} & \sigma_{16} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22}^2 & \sigma_{23} & \sigma_{24} & \sigma_{25} & \sigma_{26} & \dots & \sigma_{2n} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33}^2 & \sigma_{34} & \sigma_{35} & \sigma_{36} & \dots & \sigma_{3n} \\ \sigma_{14} & \sigma_{24} & \sigma_{34} & \sigma_{44}^2 & \sigma_{45} & \sigma_{46} & \dots & \sigma_{4n} \\ \sigma_{15} & \sigma_{25} & \sigma_{35} & \sigma_{45} & \sigma_{55}^2 & \sigma_{56} & \dots & \sigma_{5n} \\ \sigma_{16} & \sigma_{26} & \sigma_{36} & \sigma_{46} & \sigma_{56} & \sigma_{66}^2 & \dots & \sigma_{6n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \sigma_{3n} & \sigma_{4n} & \sigma_{5n} & \sigma_{6n} & \dots & \sigma_{nn}^2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \dots \\ X_n \end{bmatrix}$$

## 5. Modelo de Programación Cuadrática

Se tiene una cantidad fija de dinero “c”, a repartirse entre  $X_i$  diferentes inversiones, se debe determinar cuánto dinero debe asignarse a cada inversión  $X_i$ , a fin de que el rendimiento total esperado, sea mayor o igual que una cantidad mínima aceptable (rendimiento del portafolio). Entonces el modelo cuadrático es el siguiente:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j$$

$$\bar{R}_1 x_1 + \bar{R}_2 x_2 + \bar{R}_3 x_3 \geq R_p \quad \text{Rentabilidad del portafolio}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = c \quad \text{Inversion en el portafolio}$$

$x_i \geq 0$ . Con todas las variables no negativas donde:

$z$  : Función objetivo minimiza la varianza y mide el riesgo del portafolio de inversión.

$\sigma_{ij}$  : Matriz de varianza y covarianza, entre los activos  $ij$ .

$x_i x_j$  : Variables de las varianzas y covarianzas

$\bar{R}_i$  : Rendimiento por activo  $i$

$R_p$  : Rentabilidad determinada del portafolio

$x_i$  : Inversión en el activo  $i$ ,

$c$ : Es una cantidad fija de dinero a repartirse entre los diferentes activos bursátiles.

## 6. Portafolios del Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros

Se determinan cuatro portafolios relacionado a un ratio financiero y son los siguientes:

Portafolio N° 1: Programación Cuadrática - Patrimonio Neto

Portafolio N° 2: Programación Cuadrática - Ganancias y Pérdidas

Portafolio N° 3: Programación Cuadrática - Precio/Beneficio (PER)

Portafolio N° 4: Programación Cuadrática - Precio/Valor Contable

## 7. Solución Automatizada

Procesar cada uno de los portafolios con el Software Lingo V.11

## 8. Calcular los Coeficientes de Correlación

$$r_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j} = \frac{\text{Cov}(i,j)}{\sigma_i \sigma_j}$$

## 9. Evaluación de los Resultados

## **2.2.12. Solución del Modelo de Programación Cuadrática con el Software Lingo V.11**

Lingo (Lineal Generalize Optimizer) es una herramienta completa diseñada para la construcción y resolución lineal, no lineal (convexo y no convexo), cuadrática, cuadrática restringida, logrando que los modelos de optimización se resuelvan más rápido, más fácil y más eficientemente de resolver.

Lingo proporciona un paquete completamente integrado que incluye un potente lenguaje para expresar modelos de optimización, un ambiente con todas las funciones para la creación y edición de los problemas.

Lingo Versión 11, incluye una serie de importantes mejoras y nuevas características. (Ver anexo N° 1.Pag138)

Los Modelos de Programación Cuadrática (QP) son una clase común de modelos no-lineales que se encuentra en las aplicaciones de análisis financiero, la nueva herramienta de reconocimiento de (QP) presente en Lingo, es un pre-procesador algebraico, que automáticamente determina si un Modelo de Programación No Lineal (NLP) realmente es un modelo cuadrático, entonces pueden analizarse modelos de (QP) con el solver cuadrático que está disponible en Lingo V. 11.

No vamos a describir aquí; las funciones de los menús e íconos de Lingo, si bien muchos de ellos realizan tareas típicas; que podemos encontrar en muchas otras aplicaciones, mostramos únicamente el menú Lingo – Options, que nos permite configurar características especialmente para Programas No Lineales. Destacamos las siguientes:

### **1. General Solver**

#### **1.1. Dual Computations:**

Podemos seleccionar que Lingo calcule las condiciones de Kuhn - Tucker o variables duales (Prices) o también los intervalos de sensibilidad, de los coeficientes de la función objetivo, en programación lineal y de los términos independientes de las restricciones (Prices & Ranges) o nada (None). (Ver anexo N° 2.Ver Pag.139).

## **1.2. Variables Assumed Non Negative:**

Con esta opción Lingo supone que todas las variables de un problema son  $\geq 0$  salvo que se indique explícitamente lo contrario.

## **2. Global Solver**

### **2.1. Use Global Solver:**

El use global solver combina una serie de rangos acotados y técnicas de reducción de rango dentro de una estructura de ramificación y acotación, para encontrar las soluciones globales para programas no lineales (no convexos).

(Ver anexo N° 3.Pag.140).

## **3. Non Linear Solver**

### **3.1. Quadratic Recognition:**

Esta opción activada hace que Lingo identifique si el modelo no lineal es un modelo cuadrático y resuelve con las condiciones de Kuhn – Tucker.

(Ver anexo N° 4.Pag.141).

### **2.2.13. Solución Analítica del Modelo de Programación Cuadrática**

El Modelo de Programación Cuadrática aplicable al análisis del portafolio (sin aplicar la técnica del análisis fundamental) se puede resolver empleando las condiciones de Kuhn –Tucker o el método de Frank y Wolfe el cual es una versión modificada del Simplex , esta investigación utiliza las condiciones de Kuhn –Tucker.

Se resuelve un modelo de programación cuadrática en forma analítica y se comprueba sus resultados con Lingo V.11. (Ver 2.2.7.Pag 21).En la práctica lo adecuado es usar el software especializado Lingo, este software identifica si el modelo es cuadrático, si es el caso muestra el mensaje :(Model is quadratic).

Lingo procesa las condiciones de Kuhn – Tucker y minimiza la función objetivo si es convexa, “por lo tanto el problema satisface las hipótesis del teorema 2 o el teorema 3, entonces se puede saber que Lingo encuentra la solución óptima al problema [17]”.

[17] Winston Wayne L. “Investigación de Operaciones” Edición 2005. México. Pág.678.Cap.11 Programación No Lineal.

### 2.2.14. Técnicas de Análisis de Portafolios de Inversión

Las técnicas para analizar los portafolios de acciones comunes y otros activos financieros considerados en esta investigación se muestran en el cuadro N° 2.3.

Se incluye el Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros como una nueva opción en el análisis de activos bursátiles, este modelo incluye la Técnica del Análisis Fundamental.

Se desarrolla un ejemplo del Análisis Técnico y su aplicación en la Bolsa de Valores.  
(Ver apéndice N°1 .Pag.149).

**CUADRO N° 23**  
**TÉCNICAS DE ANÁLISIS DE PORTAFOLIOS**

<b>PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA</b>	<b>ANÁLISIS FUNDAMENTAL</b>	<b>ANÁLISIS TÉCNICO</b>	<b>PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA Y RATIOS FINANCIEROS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rentabilidad</li> <li>• Minimizar Riesgo</li> <li>• Distribuye Recursos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis Macroeconómico</li> <li>• Análisis Sector Productivo.</li> <li>• Análisis Empresas</li> </ul> Ratios: Patrimonio Neto Ganancias y Perdidas Precio - Beneficio(PER) Precio / Valor Contable	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tendencia de Precios de las Acciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rentabilidad</li> <li>• Minimizar Riesgo</li> <li>• Distribuye Recursos</li> </ul>
.....	.....	.....	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis Macroeconómico:</li> <li>• Análisis Sector Productivo</li> <li>• Análisis Empresa (Ratios): Patrimonio Neto Ganancias y Perdidas Precio Beneficio (PER) Precio / Valor Contable</li> </ul>

Preparación propia



## **2.3. Marco Referencial**

El Mercado de Valores ofrece alternativas de inversión que se encuentran asociadas a diferentes niveles de rentabilidad y riesgo, en este mercado las expectativas de rentabilidad son mayores que las que ofrece el sistema bancario, pero el riesgo también es mayor.

Las empresas inscritas en la Bolsa emiten activos o valores (acciones, bonos, y otros) que pueden ser negociados a través de las Sociedades Agentes de Bolsa.

### **2.3.1. Sistema Financiero Peruano**

El Sistema Financiero Peruano se basa fundamentalmente en instituciones autónomas, como el Ministerio de Economía y Finanzas (MEF), el Banco Central de Reserva del Perú (BCRP), La Sociedad de Banca y Seguros (SBS) y la Superintendencia del Mercado de Valores (SMV), teniendo como funciones principales la reglamentación, fiscalización del Sistema Bancario y del Mercado de Valores. (Ver figura N° 2.1. Pag.50).

#### **2.3.1.1. Ministerio de Economía y Finanzas**

El Ministerio de Economía y Finanzas es un organismo del poder ejecutivo, cuya organización está encargada de planear, dirigir y controlar los asuntos relativos a presupuesto, tesorería, endeudamiento, política fiscal, inversión pública y política económica y social.

#### **2.3.1.2. Banco Central de Reserva del Perú**

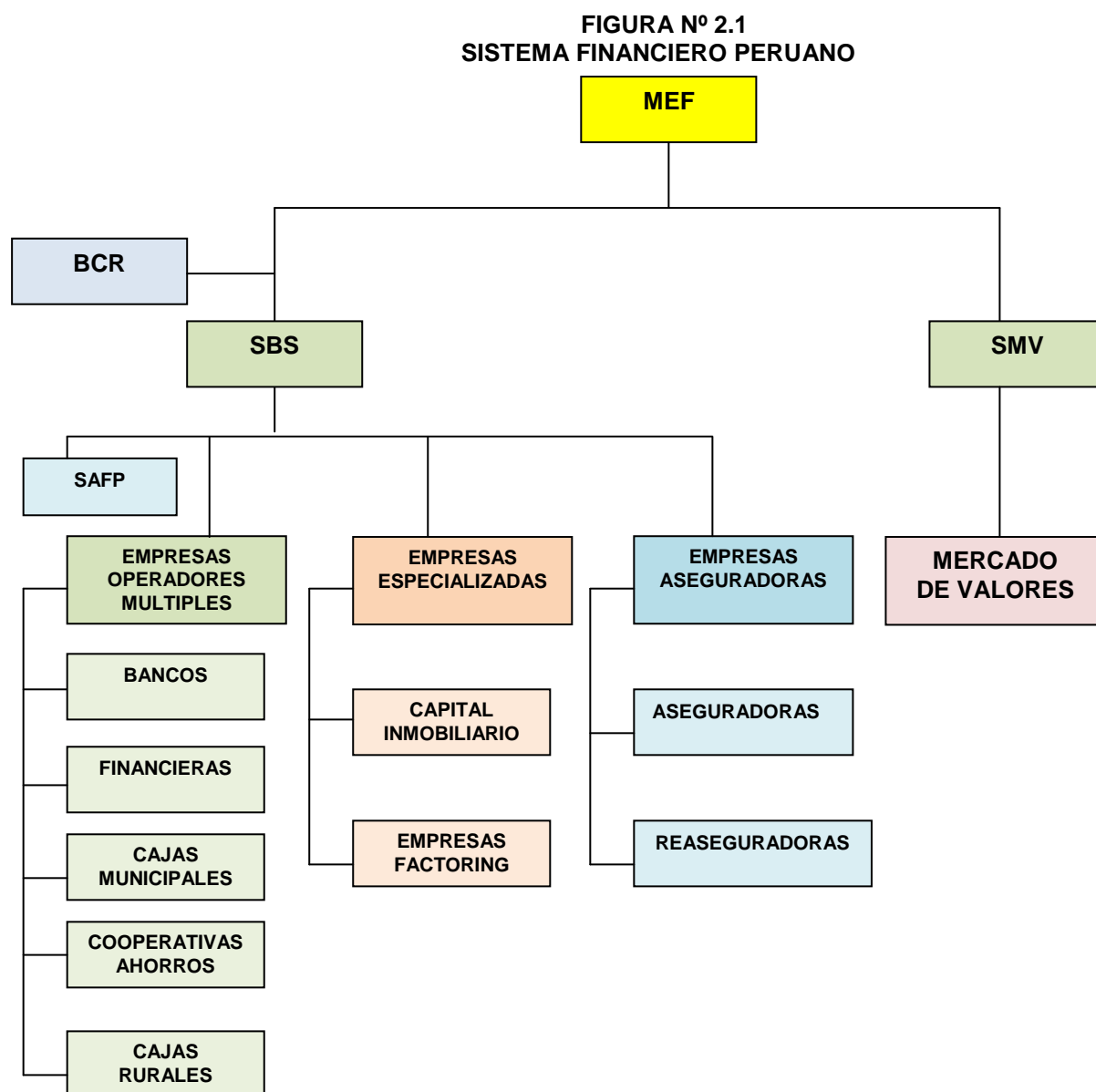
El Banco Central de Reserva del Perú tiene por finalidad preservar la estabilidad monetaria. Para resguardar su autonomía se encuentra prohibido entre otros aspectos, de financiar al sector público y proporcionar garantías en base a las reservas internacionales.

#### **2.3.1.3. Superintendencia de Banca y Seguros**

La Superintendencia de Banca y Seguros tiene a su cargo el control de las empresas bancarias, de seguros y de todas aquellas otras que reciban depósitos del público o que realicen operaciones similares, protege los intereses de los depositantes y asegurados.

### 2.3.1.4. Superintendencia del Mercado de Valores.

La Superintendencia del Mercado de Valores es una institución pública del sector economía y finanzas, cuya finalidad es promover el mercado de valores, velar por el adecuado manejo de las empresas y normar las actividades de las mismas.



### **2.3.2. Mercado de Valores**

En este mercado se enfatiza la oferta y demanda de valores de capital, aquí convergen las empresas tanto públicas como privadas que emiten, una amplia variedad de activos financieros estos pueden ser en acciones, bonos, certificados de fondos mutuos entre otros, estos títulos son negociados a través de la Bolsa de Valores de Lima.(Ver figura N° 2.2.Pag.52).

#### **2.3.2.1. Mercado Primario**

Es el mercado de las primeras emisiones de valores de renta fija y renta variable, es una alternativa que las empresas pueden utilizar para lograr la autofinanciación de sus proyectos, mediante la emisión de acciones, certificados de participación, instrumentos de corto plazo como (cheques, letras, pagares, entre otros).

En la Bolsa de Valores son negociados aquellos pagarés de empresas sin problemas financieros y que tengan una buena calificación de riesgo.

#### **2.3.2.2. Mercado Secundario**

La existencia de un mercado primario de valores hace posible la presencia de un mercado secundario de valores dónde se negocian valores adquiridos, suscritos o aceptados previamente en el mercado primario, este es un mercado de reventa el cual permite nuevamente tener liquidez a los tenedores de valores.

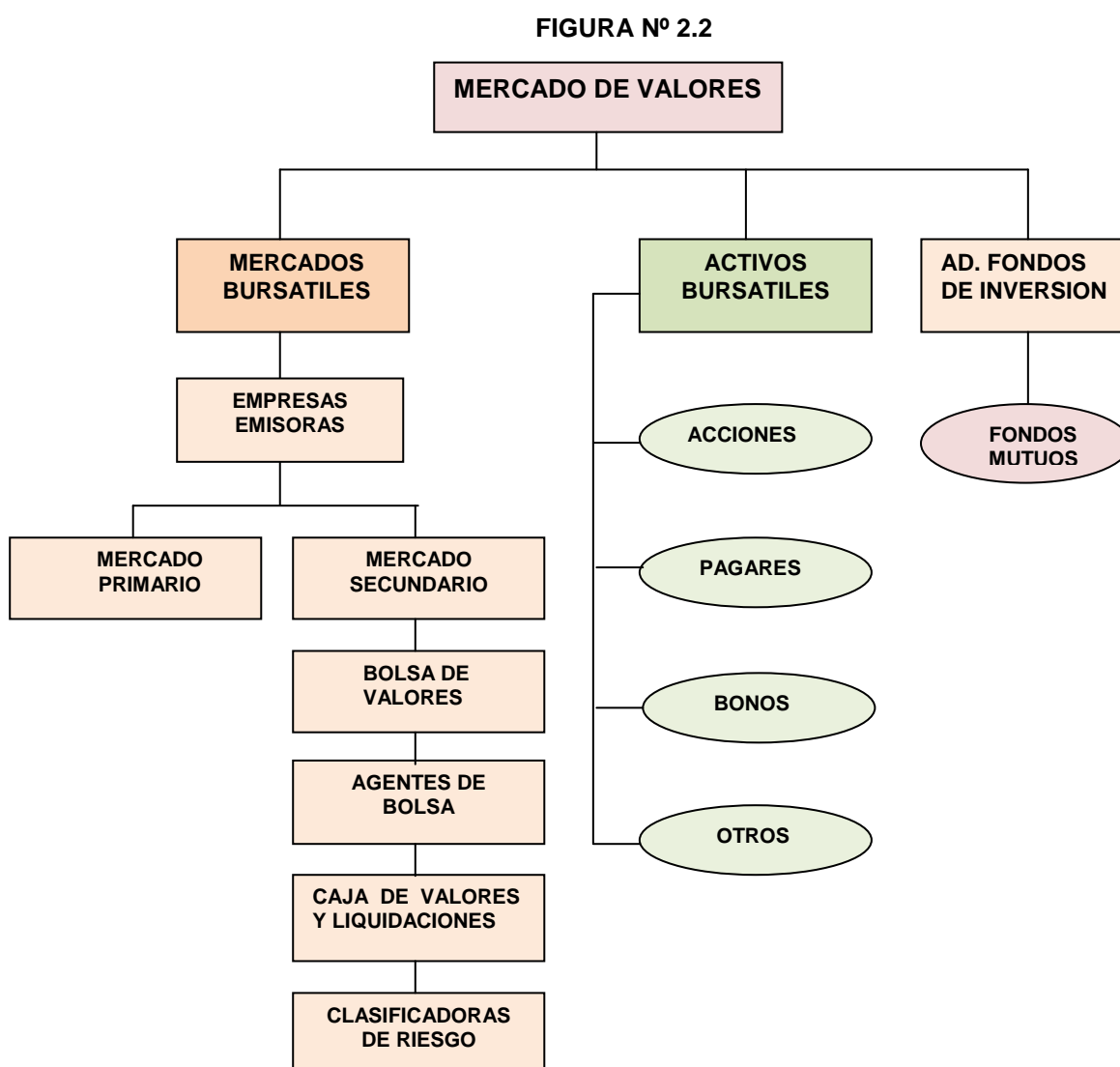
### 2.3.3. Activos Bursátiles

Los activos bursátiles son valores intangibles que poseen ciertas empresas y proporcionan ciertos derechos legales sobre algunos beneficios futuros. Sus características principales son:

1. Liquidez: transformar un activo bursátil en un valor líquido (dinero). La liquidez la proporciona el mercado financiero donde el activo bursátil se negocia.
2. Rentabilidad: capacidad de obtener resultados. La rentabilidad de los activos bursátiles de renta variable la obtendremos en cobros de dividendos.
3. Riesgo: solvencia del emisor del activo bursátil para hacer frente a todas sus obligaciones. Cuanto mayor es el riesgo que se asume, mayor es la rentabilidad.

#### 2.3.3.1. Datos de los Activos bursátiles

Los datos actuales e históricos de los activos bursátiles referentes a estadísticas están disponibles en la Web de la Bolsa de Valores de Lima (BVL).



### **2.3.4. Tipos de Inversión**

En el mercado de valores se conoce dos tipos de inversión, estas son:

1. Renta variable
2. Renta fija

#### **2.3.4.1. Renta Variable**

Es el conjunto de instrumentos bursátiles cuyas variaciones futuras no son fijas, la rentabilidad por lo tanto cambia dependiendo de las condiciones del mercado.

Ejemplo de renta variable: acciones comunes o de capital

#### **2.3.4.2. Renta Fija**

Es el conjunto de instrumentos bursátiles cuyas ganancias se conocen de antemano, es decir su retorno se fija desde el principio, la rentabilidad de su inversión está dada por una tasa fija de interés pactada por todo el periodo de duración de la inversión.

Ejemplos de renta fija:

1. Bono soberano y del tesoro
2. Bonos hipotecarios
3. Letras de cambio

### **2.3.5. Participantes del Mercado de Valores**

Los participantes del mercado de valores están conformados por los siguientes grupos:

1. Empresas emisoras e inversionistas
2. Empresas prestadoras de servicios
3. Inversionistas
4. Especuladores

#### **2.3.5.1. Empresas Emisoras**

Una empresa en crecimiento siempre necesita conseguir dinero para llevar a cabo sus proyectos, una forma de conseguirlo es a través de la bolsa de valores, de esta forma una empresa puede ofrecer parte de su actual capital o emitir nuevas acciones. Entre los sectores mas importantes se tiene a las entidades bancarias, comercio, mineras, constructoras, eléctricas, industrias, inmobiliarias, entre otras.

### **2.3.5.2. Empresas Prestadoras de Servicios**

La actividad de estas empresas es prestar servicios para el buen funcionamiento del mercado de valores, se tiene las siguientes empresas prestadoras de servicios:

1. Agentes de bolsa
2. Clasificadoras de riesgo.
3. Administradoras de fondos de inversión
4. Bolsa de valores
5. Compensación y liquidación de valores

#### **1. Agentes de Bolsa**

Las Sociedades Agentes de Bolsason sociedades anónimas autorizadas por la Superintendencia de Mercado de Valores, únicas intermediarias del mercado bursátil, se encargan de realizar las operaciones de compra y venta de los activos.

#### **2. Clasificadoras de Riesgo**

Las empresas clasificadoras de riesgo son empresas que tienen como finalidad la clasificación de los valores que han de ser objeto de oferta pública, esta clasificación se hace evaluando a la empresa emisora y al valor emitido.

#### **3. Administradoras de Fondos de Inversión**

La Sociedad Administradora de Fondos Mutuos (SAFM) invierte por cuenta y riesgo de los participantes, el patrimonio de estos de acuerdo a la política de inversión establecida para cada fondo pudiendo ser estos de renta fija o renta variable.

#### **4. Bolsa de Valores de Lima**

La Bolsa de Valores de Lima es una empresa privada que facilita la negociación de valores inscritos en bolsa, ofreciendo a los participantes (emisores e inversionistas) los servicios, sistemas y mecanismos adecuados para la inversión.

#### **5. Caja de Valores y Liquidaciones**

La institución encargada del registro y custodia global de los títulos de renta variable y renta fija negociados en la Bolsa de Valores de Lima es (CAVALI S. A.), Caja de Valores y Liquidaciones S. A y posibilita la entrega y recepción de fondos por parte del vendedor, así como la entrega de fondos y recepción de valores por parte del comprador.

### **2.3.5.3. Los Inversionistas**

Los inversionistas pueden ser personas naturales o jurídicas que desean invertir sus recursos económicos en la bolsa de valores, comprando los activos financieros que emiten las empresas inscritas en la bolsa y son negociados a través de las Sociedades Agentes de Bolsa, el inversionista que interviene en el mercado de valores necesariamente asume riesgos.

### **2.3.5.4. Los Especuladores**

Los especuladores, es decir, aquellos que compran a un precio bajo y venden a un precio muy alto los activos financieros en periodos muy cortos (generalmente en el mismo día), son los que proveen de liquidez al mercado y buscan generar riesgo para que el precio de las acciones sea volátil.

Los especuladores en general son profesionales que quieren ganar mucho dinero en el menor tiempo posible, son personas especializadas que necesitan estar en alerta constante ya que los riesgos son altos.

### **2.3.6. Los Dividendos**

Los dividendos son la proporción de las ganancias de la empresa que se decide distribuir entre los accionistas, también se entiende como la cantidad que el consejo de accionistas de cualquier empresa decide pagar a los tenedores de acciones, normalmente está en función de las utilidades que se hayan logrado y el tipo de acciones de que se trate.

Los dividendos no varían mucho de año en año, habitualmente las empresas que reparten mas dividendos suelen ser empresas grandes y que crecen poco.

Por ejemplo si una persona es propietaria de 100 acciones y el dividendo es S/. 0,10 por acción, la persona recibirá los siguientes dividendos en efectivo:

Dividendos en Efectivo = Cantidad de Acciones x Dividendo por Accion

Dividendos en Efectivo =  $100 \times 0.10 = S/.10.0$

Esta investigación, en el desarrollo del modelo de aplicación toma como dato histórico los dividendos por las acciones que se cotizan en bolsa de valores.

### 2.3.6.1. Rentabilidad de los Dividendos

La rentabilidad por dividendo es el dividendo expresado como porcentaje del precio de la acción.

$$\text{Rentabilidad por Dividendo} = \frac{\text{Dividendo por Acción}}{\text{Precio de la Acción}}$$

Por ejemplo, si una acción se compra al precio de S/.14 y S/. 0.10 es el dividendo por acción, entonces se tiene:

$$\text{Rentabilidad por Dividendo} = \frac{0.10}{14} = 0.007 = 0.7\%$$

### 2.3.7. La Bolsa de Valores de Lima

La Bolsa de Valores de Lima, tiene antecedentes en el Tribunal del Consulado que fue en el siglo XIX ,el más alto tribunal de comercio y tuvo un papel decisivo en el nacimiento de la Bolsa de Comercio de la Capital. Las medidas liberales de Ramón Castilla llevaron a la instalación de la Bolsa de Comercio de Lima el 31 de diciembre de 1860, la cual inició sus actividades el 7 de enero de 1861 en un local provisional.

El primer centenario de su fundación fue celebrado en 1960. En este lapso, educar para negociar en Rueda de Bolsa y la creación de un verdadero mercado de valores ha sido una de sus grandes inquietudes.

En 1971, las condiciones estaban maduras para la fundación de la actual Bolsa de Valores de Lima. La Bolsa es el lugar denominado mercado, donde los interesados en adquirir o transferir acciones o bonos se encuentran diariamente representados por los Agentes de Bolsa, en el que mediante el libre juego de la oferta y demanda se fijan los precios realizándose las operaciones de compra y venta.



### **2.3.7.1. Ventajas de Invertir en la Bolsa de Valores**

Invertir en la Bolsa de Valores significa tener acceso a una variedad de instrumentos financieros: acciones, bonos, papeles comerciales entre otros. Al adquirir acciones el inversionista se convierte en propietario de una parte de la empresa.

#### **Ventajas:**

##### **1. Seguridad:**

Es un mercado organizado con arreglo a la ley del mercado de valores, la cual regula entre otros temas; la protección al inversionista.

##### **2. Rentabilidad:**

Se pueden obtener rendimientos mayores que en el sistema financiero tradicional, en particular el sistema bancario.

##### **3. Liquidez:**

Permite el fácil acceso al mercado en donde el inversionista puede comprar y vender valores en forma rápida y a precios determinados por la oferta y la demanda.

##### **4. Transparencia:**

El inversionista cuenta en forma oportuna y veraz con información referente a los valores cotizados y tranzados, publicaciones proporcionados por el Sistema de Mercado de Valores,

### **2.3.7.2. Riesgos de Invertir en la Bolsa de Valores**

Las empresas que cotizan sus activos en la Bolsa de Valores, están sometidas a los riesgos del propio mercado, del sector productivo, de la empresa y el riesgo país. El inversionista asume directamente todos estos riesgos y se interpreta como la posibilidad de no ganar como se esperaba, o incluso perder una parte del dinero invertido.

#### **1. Riesgos Macroeconómicos**

Los indicadores más importantes como el Producto Bruto Interno e Inflación analizan la economía del país y son muy sensibles debido a que dependen en muchos casos de la economía del entorno internacional.

#### **2. Riesgo País**

Los precios de los activos financieros pueden variar su cotización por diversas circunstancias políticas, económicas y sociales que se pueden producir en el país.

#### **3. Riesgo del Sector Productivo**

Los diferentes sectores productivos o económicos (agrario, industrial, minero, etc.) tienen riesgos específicos. Un ejemplo claro sería la disminución de los precios internacionales de los metales, que pueden afectar negativamente el precio de las acciones de las empresas mineras.

#### **4. Riesgo de la Empresa**

Los escases de materia prima, conflictos en el interior de la empresa, entre otros, son situaciones que puede afectar la calidad crediticia del emisor, disminuyendo y afectando su capacidad de pago

#### **5. Riesgo de Mercado**

Existen eventos importantes que originan corrientes compradoras o vendedoras, las cuales producen alzas o bajas generalizadas de los precios de los valores, en gran o poca medida.

### **2.3.7.3. Índices de la Bolsa de Valores de Lima**

Estos índices son indicadores que expresan la tendencia promedio de los valores más representativos de un mercado de valores y son los siguientes:

1. Índice General de la Bolsa de Valores de Lima (IGBVL)
2. Índice Selectivo de la Bolsa de Valores de Lima (ISBVL)
3. Índice Nacional de Capitalización de la Bolsa de Valores de Lima (INCA)

La variación de estos índices es mostrada diariamente como tasas positivas o negativas, dependiendo del día anterior y son publicados semestralmente el dos de enero y el primero de julio de cada año por la Bolsa de Valores de Lima

#### **2.3.7.3.1. Índice General de la Bolsa de Valores de Lima**

El Índice General de la Bolsa de Valores de Lima (IGBVL) es un Indicador en base a frecuencia de negociación, monto de negociación y número de operaciones. Representa las 34 acciones más negociadas. (Ver anexo N° 5. Pag.142).

#### **2.3.7.3.2. Índice Selectivo de la Bolsa de Valores de Lima**

El Índice Selectivo de la Bolsa de Valores de Lima (ISBVL), mide las variaciones en las cotizaciones de las 15 acciones más negociadas de la Bolsa de Valores de Lima, considera únicamente compañías que registren la mayor parte de sus actividades en el Perú. (Ver anexo N° 6. Pag.143).

#### **2.3.7.3.3. Índice Nacional de Capitalización de la Bolsa de Valores de Lima**

Índice Nacional de Capitalización de la Bolsas de Valores de Lima (INCA), es un índice bursátil conformado por las 20 acciones más líquidas que listan en la Bolsa de Valores de Lima en función de capitalización bursátil y precios por números de acciones en circulación. (Ver anexo N° 7. Pag.144).

Los pesos dados en porcentajes, son valores que están ordenados por nivel de liquidez, según el respectivo índice

### 2.3.8. Proceso de Compra y Venta de Activos Bursátiles o Instrumentos Financieros

El proceso para invertir en la Bolsa de Valores de Lima es el siguiente:

1. Los inversionistas que deseen comprar o vender activos bursátiles deben hacerlo directamente a través de las Sociedades Agentes de Bolsa (SAB).  
(Ver anexo N° 8.Pag.144).
2. Las SAB ingresan propuestas de compra y venta, las que son difundidas a todo el mercado mediante el Sistema Electrónico de Negociación (ELEX).
3. Las SAB proceden a pagar a los vendedores e informar a los compradores de sus adquisiciones de activos
4. La Bolsa de Valores envía la negociación del día a la Institución de Compensación y Liquidación (CAVALI)
5. La Superintendencia del Mercado de Valores (SMV) recibe la información en línea de las operaciones realizadas en la Bolsa de Valores.

#### 2.3.8.1. Costos de Transacción de Acciones en la Bolsa de Valores de Lima

Los costos de transacción de acciones en la Bolsa de Valores de Lima para cantidades mayores de S/.2, 500 son las siguientes:

1. Comisión SAB	1 %
2. Contribución SMV	0.05 %
3. Retribución BVL	0.0825 %
4. Retribución CAVALI	0.065 %
5. Fondo de Garantía	0.0075 %
6. Fondo de Liquidación	0.005 %
<b>Total</b>	<b>1.21 %</b>

Fuente: Superintendencia del Mercado de Valores (SMV).Preparación propia

El 1.21 % es el total de la comisiones y por la inversión realizada.

El Impuesto General a las Ventas (IGV) 19 % se aplica sobre el pago total de las comisiones, no sobre total de la inversión negociada.

### 2.3.8.2. Monto Mínimo de Compra de Acciones

No hay un mínimo para invertir en la Bolsa Limeña, lo ideal para las personas naturales es a partir de S/.2, 500, la comisión es 1.21%; para cantidades menores de S/.2, 500 la comisión es 2.71 %.

Ejemplo:

Si invertimos S/.2, 500 se tiene los siguientes pagos por comisión y el IGV:

Comisión= 1.21 %

IGV = 19 %

Cálculos:

$$\text{Comisión} = \frac{2,500 \times 1.25}{100} = \text{S}/.31.25$$

$$\text{IGV} = \frac{31.25 \times 19}{100} = \text{S}/5.94$$

Luego por invertir S/.2, 500, el pago es  $31.25 + 5.94 = \text{S}/.37.20$

Cuando se compra acciones se puede ganar de dos formas:

1. Cuando la empresa genera utilidades, el inversionista tiene derecho a recibir una parte proporcional de estas en dividendos, dependiendo de la cantidad de acciones que posea.

Los dividendos por lo general se pagan anualmente.

2.“Otra forma es a través del diferencial de precios, esto significa, vender las acciones a un precio mayor al que pagó por la compra, ley de la oferta y la demanda [12].”La ganancia puede llegar al 25% de la inversión.

[12] Eduardo Martínez Abascal” Invertir en Bolsa Conceptos y Estrategias “Edicion1999. España, Pág.288, Cap.16, Introducción al Análisis Técnico Bursátil.

### 2.3.9. Análisis Técnico

El Análisis Técnico es el estudio de los movimientos de precios en los activos que cotizan en el mercado, principalmente mediante el uso de gráficos, sirve para pronosticar las futuras tendencias de los precios de los activos bursátiles, los comportamientos de las cotizaciones son repetitivos, de forma análoga en el tiempo.

El Análisis Técnico se usa principalmente para las inversiones a corto plazo. Con esta técnica y como ejemplo, se evalúa los precios de las acciones de la minera Volcan, periodo (2006 – 2010).(Ver Apéndice N° 1.Pag.149).

#### 2.3.9.1. Media Móvil

La Media Móvil del precio de una acción en un tiempo concreto, es la media aritmética de los precios de la acción de los últimos días, meses, etc.

Su objetivo es identificar el principio o final de una tendencia o su próximo cambio. Se define por la siguiente formula:

$$\hat{Y}_{t+1} = \frac{(Y_t + Y_{t-1} + Y_{t-2} + \dots + Y_{t-m+1})}{m}$$

Dónde:

$\hat{Y}_{t+1}$  : Valor pronosticado en el periodo t+1

$Y_t$  : Valor original en el periodo t

m : Número de términos en el promedio móvil

### **2.3.9.2. Interpretación de la Media Móvil**

La línea de la Media Móvil nos indica los cambios de tendencias, si los precios traspasan hacia abajo a la línea de Media Móvil, indica tendencia bajista; si esta hacia arriba, tendrá tendencia alcista.

#### **1. Tendencia Alcista**

La tendencia es al alza cuando el valor va marcando una serie de mínimos ascendentes, la dirección del valor se indica trazando una línea recta, que une como mínimo dos puntos significativos, donde la pendiente es positiva.

#### **2. Tendencia a la Baja**

El valor va marcando una serie de mínimos descendentes, la dirección del valor se indica trazando una línea recta, donde la pendiente es negativa.

#### **3. Tendencia Estable**

La tendencia es lateral cuando la serie carece de un movimiento direccional, las rectas a trazar no tendrán pendiente, indica que no tiene dirección, está estable.

#### **4. Cambios de Tendencia**

El cambio de tendencia se produce cuando, el precio corta la recta, los precios empiezan un desarrollo contrario de la serie.

### **2.3.10. Inversión en los dos Sistemas Financieros**

Para comparar las rentabilidades en ambos sistemas, supongamos que invertimos en la Bolsa de Valores y en el Sistema Bancario.

Para la inversión en Bolsa se considera los precios de las acciones, cotizadas por la oferta y la demanda en el año 2009, de la empresa minera Volcan.

En lo que respecta a las inversiones en el sistema bancario se toma los promedios de tasas de interés que pagan en cada una de las tres alternativas de depósito de ahorro en el año 2009.(Ver Apéndice A 2.Pag.152).

## **2.4. Marco Conceptual**

### **2.4.1. Definición de Conceptos**

En esta investigación se cree conveniente mencionar los conceptos sobre el sistema financiero y en particular para el Mercado de Valores Peruano:

#### **1. Activo bursátil**

Documentos que incorporan la titularidad de derechos sobre un bien fácilmente convertible en dinero y que generalmente es negociado en el mercado de valores.

#### **2. Acciones comunes**

Representan una parte del capital de la empresa, los tenedores tienen derecho a voz y voto en las juntas de accionistas, también tienen derecho a los beneficios que genere la empresa.

#### **3. Acciones de inversión**

No confieren calidad de socios a sus tenedores, los tenedores pueden estar presentes en juntas de accionistas, pero sin voz ni voto, los tenedores tienen derecho preferencial a beneficios.

#### **4. Aversión al riesgo**

Término referido a la situación en la que un inversionista, expuesto a alternativas con diferentes niveles de riesgo, preferirá aquella con el nivel de riesgo más bajo, aunque alcance una menor rentabilidad.

#### **5. Agente bursátil**

Un individuo o entidad reconocida por la bolsa de valores; para ejercer las operaciones de compra y venta de valores. Un agente opera en la Bolsa de acuerdo a los intereses de sus clientes.

#### **6. Bonos**

Son obligaciones emitidas a plazos mayores de un año, el comprador del bono obtiene pagos periódicos de intereses y cobra el valor nominal del mismo en la fecha de vencimiento.



**7. Bonos del tesoro**

Obligaciones emitidas en moneda nacional por el Tesoro Público, extendidos al portador y de libremente negociables, con el fin de financiar operaciones del gobierno.

**8. Bonos subordinados**

Son obligaciones emitidas por empresas bancarias y financieras, su vida útil no debe ser inferior a 5 años, pueden ser emitidos en dólares o soles.

**9. Bursátil**

Concerniente a la bolsa de valores, a las operaciones que en ella se hacen y de los valores cotizados.

**10. Capitalización bursátil**

Resulta de multiplicar el número de acciones en circulación de una empresa inscrita en Bolsa por su precio de mercado, también es conocida como valor de mercado de la empresa.

**11. Cotización de la acción**

Precio de mercado de la acción de acuerdo a la oferta y demanda.

**12. Dividendos de acciones**

Participación en efectivo que corresponde a cada acción en tenencia al distribuir la empresa las utilidades obtenidas.

**13. Dispersión**

Medida en la que los datos se distribuyen alrededor de un punto central (normalmente la media aritmética) en una muestra.

**14. Diversificación**

Es la elección de diferentes instrumentos de inversión que conforman al portafolio. Dichos elementos tienen características propias distintas entre si, con lo cual se busca disminuir el riesgo total del portafolio, de tal manera que sea posible obtener el rendimiento esperado.

**15. Emisores**

En el ámbito de la economía, se conoce como emisor a una institución, empresa u organización que emite valores comerciales.

**16. Ganancia**

Ingreso de orden económico, obtenido por una empresa, en el curso de sus operaciones.

**17. Instrumentos financieros**

También conocidos como activos bursátiles, títulos, son valores que se negocian en la Bolsa de Valores por ejemplo: Acciones, bonos bancarios, bonos del gobierno central, certificados de depósitos, obligaciones, hipotecarias, pagarés financieros, entre otros.

**18. Inversión**

Inversión es utilizar el dinero con la expectativa de obtener una utilidad a mediano o largo plazo, asumiendo un determinado nivel de riesgo.

**19. Liquidez**

Es la facilidad con que un activo financiero puede ser vendido o comprado, esto representa por supuesto la rapidez con la cual puede convertirse en efectivo para el inversionista.

## 20. Letras hipotecarias

Son instrumentos financieros que pueden ser emitidos por entidades bancarias y financieras con la finalidad de otorgar créditos de largo plazo para financiar la construcción o adquisición de viviendas.

## 21. Matriz

Una matriz es una disposición rectangular de elementos. El  $(i, j)$  - èsimo elemento de  $\sigma_{ij}$  de la matriz  $M$ , está en la fila  $i$ -èsimo y la columna  $j$ -èsima del arreglo.

## 22. Matriz Simétrica

Una matriz cuadrada es simétrica, si y solo si, es igual a su transpuesta

## 23. Máximo global

Una función Objetivo tiene un máximo local en  $x_0$ , si existe un intervalo pequeño con centro en  $x_0$  tal que  $f(x) \leq f(x_0)$  para todo  $x$  en ese intervalo en el cual la función está definida, entonces el máximo en  $x_0$ , además de ser local es un máximo global (o absoluto).

## 24. Mercado de acciones

Está compuesto por las acciones de empresas, que ante la necesidad de recursos deciden no pedir prestado, sino aumentar su capital social mediante acciones, por lo tanto, quienes compran sus acciones se convierten en socios de la compañía, con los derechos y obligaciones que ello implica.

## 25. Mercado de valores

También denominado mercado de capitales en sentido estricto, los fondos prestados se documentan en valores, apelándose al ahorro público, a los particulares y empresas en general, ofreciéndoles una rentabilidad para canalizar tales fondos hacia inversiones productivas. Es un mercado de negociación abierta al público.

**26. Mínimo global**

Una función Objetivo tiene un mínimo local en  $x_0$ , si existe un intervalo pequeño con centro en  $x_0$  tal que  $f(x) \geq f(x_0)$  para todo  $x$  en ese intervalo en el cual la función está definida, entonces el mínimo en  $x_0$ , además de ser local es un mínimo global (o absoluto).

**27. Riesgo Moderado**

Inversionista dispuesto a invertir parte de su capital en títulos con cierta exposición al riesgo, esperando una mayor rentabilidad.

**28. Monto nominal de acciones en circulación**

Son las acciones emitidas al valor nominal, sin considerar el efecto de la inflación u otros elementos económicos.

**29. Método simplex**

El método simplex es un procedimiento matricial para resolver programas lineales expresados en forma estándar.

**30. Portafolio**

Construir un portafolio o cartera significa realizar la selección adecuada de los instrumentos de inversión que lo integrarán, así como también determinar la proporción de la inversión que se destinará a cada uno de estos instrumentos.

**31. Precio de la acción**

Precio o cotización de la acción es el valor determinado por la oferta y la demanda en la Bolsa de Valores.

**32. Programación convexa**

La función objetivo  $f(x)$  que debe maximizarse es cóncava y todas las restricciones  $g_i(x)$  son convexas.

### **33. Programación no convexa**

La programación no convexa no satisface los supuestos de programación convexa. La función objetivo  $f(x)$  está cerca de ser convexa y algunas de las funciones  $g_i(x)$  no son convexas.

### **34. Programación separable**

La programación separable supone que la función objetivo  $f(x)$  es cóncava, todas las restricciones  $g_i(x)$  son convexas y todas estas funciones son separables, en realidad son funciones lineales como las de programación lineal.

### **35. Programación geométrica**

Estas funciones por lo general no son ni cóncavas ni convexas, las técnicas de programación convexa no se pueden aplicar, es necesario transformar un problema de programación convexa, se aplican a diseños de ingeniería.

### **36. Rueda de bolsa**

Es el espacio de tiempo hábil fijado por la Bolsa para la realización de las operaciones bursátiles.

### **37. Rentabilidad**

Es la relación entre la utilidad proporcionada por un activo bursátil y la cantidad de dinero invertido en su adquisición. Generalmente se genera una mayor rentabilidad cuando se prolonga el plazo de la inversión.

### **38. Vademécum**

Es un catálogo de edición anual con información estadística, económica y bursátil de las empresas inscritas en la Bolsa de Valores de Lima.

### **39. Valor nominal de una acción**

Representa una fracción del capital social de la empresa, todas las acciones de una emisión tienen igual valor nominal, y la suma de todas estas equivale al capital social de la empresa.

## **CAPÍTULO III      FORMULACIÓN DE LA HIPÓTESIS**

### **3.1. Hipótesis General**

El Modelo de Programación Cuadrática y el Análisis Fundamental permitirá, minimizar el riesgo de la inversión en portafolios de activos bursátiles en la Bolsa de Valores de Lima.

#### **3.1.1. Hipótesis Específicas**

1. La aplicación del Modelo de Programación Cuadrática relacionado con los Ratios Financieros; de las empresas que cotizan en la Bolsa de Valores de Lima, permitirá formar portafolios de acciones comunes, con mínimo riesgo.

2. La técnica del Análisis Fundamental proporciona los criterios, para seleccionar a las empresas que cotizan sus activos en la Bolsa de Valores de Lima y formar portafolios de acciones comunes, con mínimo riesgo.

## **CAPÍTULO IV DISEÑO METODOLOGICO**

### **4.1. Método de Investigación**

El tipo de investigación realizada es descriptiva y analítica, es descriptiva porque inicialmente describimos la realidad o las condiciones en las que se realizan las inversiones en la Bolsa de Valores de Lima.

Es analítica porque describe los procedimientos de los métodos del Análisis Fundamental y el Modelo de Programación Cuadrática en la evaluación y optimización de los activos bursátiles que se cotizan en la Bolsa de Valores.

### **4.2. Técnicas Utilizadas**

Se utiliza la técnica del Análisis Fundamental, y como herramienta de la Investigación Operativa el Modelo de Programación Cuadrática.

Los datos e información tratada en esta investigación provienen principalmente de la Bolsa de Valores de Lima y la Superintendencia del Mercado de Valores.

### **4.3. Variables**

#### **1. Variables Discretas**

Las variables de decisión utilizadas en esta investigación son cuantitativas del tipo discreta y son las siguientes:

Volcan, Milpo, Aceros Arequipa, Cementos Lima, Banco Continental, Banco de Crédito, Ferreyros y Graña Y Montero, a las cuales se les asigna una parte del capital a invertir

#### **2. Variable Continua**

Como variable continua, se tiene a la inversión o dinero que se debe distribuir, entre las empresas donde se desea invertir

#### 4.4. Población y Muestra

##### 1. Población

Como población, se considera a las 34 empresas inscritas en el Índice General de la Bolsa de Valores de Lima (IGBVL) y se muestran en el cuadro N°4.4.

El (IGBVL) es un indicador en base a frecuencia de negociación y monto de negociación.

**CUADRO N° 4.4**  
**POBLACIÓN PARA LA APLICACIÓN**  
**MODELO PROGRAMACION CUADRATICA Y RATIOS FINANCIEROS**

Nº	Nombre del valor	Nemónico
1	<b>Volcan</b>	<b>VOLCABC1</b>
2	Minsur Inv.	MINSURI1
3	Cerro Verde	CVERDEC1
4	Casagrande	CASAGRC1
5	<b>Ferreyros</b>	<b>FERREYC1</b>
6	ADR Buenaventura	BVN
7	Maple Energy	MAPLE
8	Relapasa	RELAPAC1
9	IntergrFinancServices	IFS
10	<b>Bco. Continental</b>	<b>CONTINC1</b>
11	<b>Graña y Montero</b>	<b>GRAMONC1</b>
12	Alicorp	ALICORC1
13	<b>Bco. Crédito</b>	<b>CREDITC1</b>
14	Rio Alto Mining	RIO
15	<b>Corp. Aceros Arequipa Inv.</b>	<b>CORAREI1</b>
16	<b>Milpo</b>	<b>MILPOC1</b>
17	Southern	SCCO
18	Volcan "A"	VOLCAAC1
19	Atacocha "B"	ATACOBC1
20	El Brocal	BROCALC1
21	SIDERPERU	SIDERC1
22	Cementos Pacasmayo	CPACASC1
23	Luz del Sur	LUSURC1
24	Austral Group	AUSTRAC1
25	Candente	DNT
26	Agro IndPomalca	POMALCC1
27	Minera IRL	MIRL
28	<b>Cementos Lima</b>	<b>CEMLIMC1</b>
29	Scotiabank	SCOTIAC1
30	Rio Cristal Resources	RCZ
31	EDEGEL	EDEGELC1
32	PanoroMinerals	PML
33	Cementos Lima Inv.	CEMLIMI1
34	Alturas Minerals	ALT

Fuente Bolsa de Valores de Lima



## **2. Muestra**

Para efectos de la aplicación del modelo cuadrático se ha tomado una muestra de ocho empresas de las 34 del Índice General de la Bolsa de Valores de Lima (IGBVL).

Estas empresas son las siguientes:

Volcan, Milpo, Aceros Arequipa, Cementos Lima, Banco Continental, Banco de Crédito, Ferreyros y Graña Y Montero.

## **3. Criterios Para Obtener la Muestra e invertir en la Bolsa de Valores**

Los criterios para obtener la muestra deben apoyarse en hechos reales de la economía, la política y los eventos sociales que suceden en el país.

La muestra se debe tomar en función de los siguientes criterios:

1. Identificación de alternativas de inversión que se ajustan a un perfil de riesgo y un horizonte de inversión.
2. Explorar los diferentes sectores productivos, referente a precios de materias primas, expectativas de crecimiento, entre otros factores.
3. Analizar adecuadamente la información financiera y acontecimientos de importancia que suceden en el país y en el extranjero.

#### **4.5. Tratamiento y Procesamiento de los Datos.**

El tratamiento y procesamiento de los datos se desarrolla en forma analítica y automatizada.

En forma analítica se resuelve un problema de Programación Cuadrática; con el propósito de mostrar el procedimiento de la aplicación de las condiciones de Kuhn – Tucker y el de la matriz Hessiana. La cual se resuelve con ayuda del software Matlab V.6.

El Análisis Técnico es una herramienta que analiza la tendencia de los precios de las acciones, se utiliza para las inversiones a corto plazo. La solución se obtiene con el software estadístico Minitab. V16.

En la aplicación del Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros que propone esta investigación la solución se obtiene mediante el proceso automatizado con el software Lingo V.11.

#### **4.6. Fuentes de Información**

Los datos y documentos de la presente investigación provienen de instituciones del Sistema Financiero Nacional y de la Biblioteca de la Superintendencia de Mercado de Valores, donde se encuentra disponible abundante literatura referente a la economía y al Mercado de Valores.

Otras fuentes de información de igual relevancia son las páginas Web relacionadas con los diferentes sectores productivos del país.

#### 4.7. Precio de las Acciones Comunes en el Periodo (2006-2010)

En los cuadros 4.5 al 4.12, se muestran los precios por oferta y demanda de las acciones comunes de las empresas consideradas en esta investigación.

CUADRO N° 4.5 - PRECIO DE ACCIONES - MINERA VOLCAN

MESES	2006	2007	2008	2009	2010
Enero	2,60	16,10	13,40	9,45	15,00
Febrero	4,45	29,00	12,20	9,50	15,00
Marzo	7,30	29,00	13,30	8,85	14,00
Abril	7,71	30,00	11,56	9,00	12,61
Mayo	7,70	35,00	10,70	8,80	12,60
Junio	10,00	28,00	9,12	9,20	12,58
Julio	10,00	26,00	9,10	9,30	11,80
Agosto	11,50	20,00	7,60	9,50	11,62
Setiembre	10,30	22,00	7,50	10,00	11,60
Octubre	10,30	22,50	7,00	10,20	5,69
Noviembre	10,80	25,80	7,00	10,20	5,59
Diciembre	14,20	12,20	7,20	13,82	4,90
Promedio Anual	8,91	24,63	9,64	9,82	11,08
Promedio (2006 al 2010)	12,82				

CUADRO N° 4.6 - PRECIO DE ACCIONES - MINERA MILPO

MESES	2006	2007	2008	2009	2010
Enero	4,18	11,00	5,45	5,79	7,03
Febrero	4,66	11,40	6,50	4,95	6,58
Marzo	4,71	13,90	8,80	5,85	7,48
Abril	6,70	16,49	10,30	6,85	7,90
Mayo	7,00	11,90	10,32	6,85	7,45
Junio	6,35	12,75	7,29	7,30	6,45
Julio	6,90	13,15	6,50	7,16	6,74
Agosto	9,60	10,60	7,80	7,20	6,95
Setiembre	9,60	10,25	7,20	7,38	7,35
Octubre	9,24	10,10	4,35	7,60	7,20
Noviembre	10,16	7,55	5,90	7,45	7,00
Diciembre	10,80	7,20	6,74	7,80	7,60
Promedio Anual	7,49	11,36	7,26	6,85	7,14
Promedio (2006 al 2010)	8,02				

CUADRO N° 4.7-PRECIO DE ACCIONES-ACEROS AREQUIPA

MESES	2006	2007	2008	2009	2010
Enero	1,77	4,75	4,50	1,80	2,08
Febrero	1,67	6,00	4,50	1,40	2,04
Marzo	1,60	6,40	4,55	1,53	2,32
Abril	1,70	6,20	4,80	1,50	3,07
Mayo	1,64	6,90	5,20	2,40	2,74
Junio	1,76	7,90	5,56	2,05	2,90
Julio	2,35	6,06	5,40	2,05	2,85
Agosto	2,80	5,45	5,01	2,00	2,90
Setiembre	3,09	5,70	4,60	2,15	3,14
Octubre	3,00	5,75	3,10	2,15	3,20
Noviembre	3,47	4,90	2,86	1,92	3,41
Diciembre	4,70	5,15	2,30	2,02	3,36
Promedio Anual	2,46	5,93	4,37	1,91	2,83
Promedio (2006 al 2010)	3,50				

CUADRO N° 4.8 - PRECIO DE ACCIONES - CEMENTOS LIMA

MESES	2006	2007	2008	2009	2010
Enero	39,00	60,50	73,15	22,00	28,58
Febrero	44,00	62,50	73,50	21,50	28,00
Marzo	38,60	64,50	77,60	23,00	35,00
Abril	40,50	75,00	79,25	24,97	35,90
Mayo	39,00	74,00	83,00	28,00	34,00
Junio	42,00	75,00	84,00	27,00	34,00
Julio	42,50	75,50	35,50	28,00	33,30
Agosto	45,00	76,00	34,50	28,05	33,30
Setiembre	46,00	78,00	33,99	32,00	41,00
Octubre	48,00	85,30	26,30	32,00	41,50
Noviembre	46,60	82,70	22,95	28,50	44,00
Diciembre	54,50	83,75	22,00	28,60	48,50
Promedio Anual	43,81	74,40	53,81	26,97	36,42
Promedio (2006 al 2010)	47,08				

CUADRO N° 4.9-PRECIO DE ACCIONES-BANCO CONTINENTAL

MESES	2006	2007	2008	2009	2010
Enero	5,50	7,36	8,40	5,00	7,10
Febrero	5,71	7,10	9,60	5,07	7,52
Marzo	4,15	7,25	9,70	6,05	7,12
Abril	4,67	7,30	9,15	6,20	7,10
Mayo	4,60	7,20	9,10	7,35	7,10
Junio	4,70	7,50	9,14	7,83	6,15
Julio	4,56	8,63	8,00	8,25	6,20
Agosto	4,75	8,25	6,25	9,15	7,00
Setiembre	5,60	8,65	5,25	10,10	7,56
Octubre	5,20	9,34	5,10	11,00	8,75
Noviembre	5,29	9,19	5,25	9,20	8,00
Diciembre	6,15	9,20	5,15	9,05	7,70
Promedio Anual	5,07	8,08	7,51	7,85	7,28
Promedio (2006 al 2010)	7,16				

CUADRO N° 4.10-PRECIO DE ACCIONES-BANCO DE CREDITO

MESES	2006	2007	2008	2009	2010
Enero	5,60	9,15	10,05	7,45	8,11
Febrero	6,20	8,85	10,67	7,50	7,01
Marzo	6,00	9,12	10,32	8,04	8,20
Abril	6,10	9,90	10,45	9,30	7,87
Mayo	6,20	10,00	10,51	10,61	7,30
Junio	6,50	11,10	10,51	11,05	7,30
Julio	6,60	11,20	9,50	13,12	6,15
Agosto	7,30	11,50	9,10	9,12	6,40
Setiembre	9,20	10,00	7,16	9,00	7,95
Octubre	9,45	10,30	6,70	8,70	7,50
Noviembre	9,40	10,50	8,31	8,00	8,06
Diciembre	9,10	10,50	7,30	8,10	8,05
Promedio Anual	7,30	10,18	9,22	9,17	8,34
Promedio (2006 al 2010)	8,84				

CUADRO N° 4.11 - PRECIO DE ACCIONES - FERREYROS

MESES	2006	2007	2008	2009	2010
Enero	1,67	5,95	6,03	2,02	2,60
Febrero	1,73	6,14	6,70	2,00	2,45
Marzo	2,85	7,75	6,05	2,05	2,90
Abril	2,20	7,95	6,70	2,30	3,06
Mayo	3,55	7,35	6,15	2,42	4,78
Junio	3,60	7,70	6,35	2,25	4,72
Julio	3,50	7,40	6,85	2,39	4,31
Agosto	3,50	7,60	6,45	2,50	4,50
Setiembre	3,29	7,10	6,15	2,90	4,36
Octubre	3,25	7,64	6,50	2,70	4,85
Noviembre	3,41	7,30	5,14	2,42	4,21
Diciembre	3,97	6,40	4,25	2,64	4,25
Promedio Anual	3,04	7,19	6,11	2,38	3,92
Promedio (2006 al 2010)	4,53				

CUADRO N° 4.12-PRECIO DE ACCIONES-GRAÑA Y MONTERO

MESES	2006	2007	2008	2009	2010
Enero	1,13	4,55	5,61	2,05	3,07
Febrero	1,32	4,55	5,92	1,85	3,00
Marzo	1,30	4,20	4,15	1,90	3,70
Abril	1,75	4,20	4,25	2,40	4,40
Mayo	2,00	4,15	3,05	2,50	4,30
Junio	1,90	4,25	3,40	2,35	4,40
Julio	1,90	4,33	3,67	2,41	4,36
Agosto	1,33	4,55	2,30	2,53	4,55
Setiembre	2,65	4,23	2,63	3,06	5,60
Octubre	2,86	5,54	2,99	2,88	6,37
Noviembre	2,65	5,29	2,10	2,84	7,15
Diciembre	3,00	5,00	2,00	2,83	6,65
Promedio Anual	1,98	4,57	3,51	2,47	4,80
Promedio (2006 al 2010)	3,46				

## CAPÍTULO V APLICACIÓN DEL MODELO

### 5.1. Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros

Seleccionadas las empresas, se decide invertir en las acciones comunes que estas cotizan en la Bolsa de Valores de Lima.

Se desea obtener una rentabilidad por los dividendos (se pagan anualmente), que estas empresas ofrecen por la compra de sus acciones.

En la Bolsa de Valores se puede ganar dinero mediante los dividendos que se obtiene por la compra de acciones y mediante la oferta y la demanda de dichas acciones.

Esta aplicación está orientada a la rentabilidad que se puede obtener mediante los dividendos.

Por lo riguroso del método, las acciones comunes de las empresas seleccionadas, tendrán una gran expectativa en cuanto a su oferta y demanda, por lo que pueden ser negociadas en cualquier momento.

Los datos del cuadro N° 5.13 es la muestra de ocho empresas, registradas en el Índice General de la Bolsa de Valores de Lima (IGBVL) y los dividendos (céntimos de nuevo sol), que ofrecen por sus respectivas acciones comunes, en el periodo (2006-2010).

**CUADRO N° 5.13**  
**DIVIDENDOS DE LAS EMPRESAS CONSIDERADAS EN LA INVESTIGACIÓN**  
**EN CÉNTIMOS DE NUEVO SOL PERIODO (2006 – 2010)**

EMPRESAS	SECTOR	2006	2007	2008	2009	2010
MINERA VOLCAN	MINERO	0,12	0,11	0,10	0,09	0,12
MINERA MILPO	MINERO	0,03	0,04	0,03	0,02	0,02
ACEROS AREQUIPA	INDUSTRIAL	0,04	0,06	0,03	0,02	0,02
CEMENTOS LIMA	INDUSTRIAL	0,46	0,81	0,60	0,16	0,18
BANCO CONTINENTAL	BANCARIO	0,33	0,46	0,56	0,33	0,32
BANCO DE CRÉDITO	BANCARIO	0,46	0,42	0,29	0,41	0,27
FERREYROS	DIVERSAS	0,06	0,11	0,13	0,06	0,07
GRAÑA Y MONTERO	DIVERSAS	0,06	0,06	0,06	0,05	0,05

Fuente: Bolsa de Valores de Lima (BVL): Preparación propia

### 5.1.1. Planteamiento del Problema

Se tiene disponible S/.50, 000, para invertir en la Bolsa de Valores de Lima, los dividendos obtenidos durante los pasados cinco años, por las acciones comunes de estas empresas son los que se muestran en el cuadro. N° 5.13. (Ver Pag.76).

El inversionista se plantea los siguientes requerimientos:

1. El rendimiento anual esperado de los dividendos, debe ser mayor o igual al 10% de la inversión.
2. La varianza futura anual de los dividendos por las acciones comunes deberá ser tan pequeña como sea posible.

De estos requerimientos surgen las preguntas:

1. ¿Cuál es el mínimo riesgo para la obtención de dividendos, cuando se invierte en portafolios de acciones comunes para una rentabilidad del 10%?
2. ¿Cuánto deberá invertir en acciones comunes en cada una de estas empresas, a fin de lograr estos requerimientos?

Para invertir S/. 50,000, las comisiones y el pago del IGV son los siguientes:

Comisión: 1.21% de S/. 50, 000 = S/.605

IGV: 19% de 605=S/.115

Comisión + IGV = S/. 720.

Se hace el pago de S/. 720 para que la inversión neta sea S/.50, 000.

### 5.1.2. Solución del Problema

Como lo propone esta investigación, la solución del problema consiste en utilizar la información que proporciona la técnica del análisis fundamental y generar el Modelo de Programación Cuadrática, con los dividendos que se obtienen por las respectivas acciones comunes.

### 5.1.2.1. La Técnica del Análisis Fundamental

El Análisis Fundamental se basa en el estudio de la macroeconomía, la situación de la empresa en su sector, los estados contables de la empresa emisora, las perspectivas socioeconómicas y políticas del país.

## 1. Análisis Macroeconómico

### 1.2. Producto Bruto Interno (PBI)

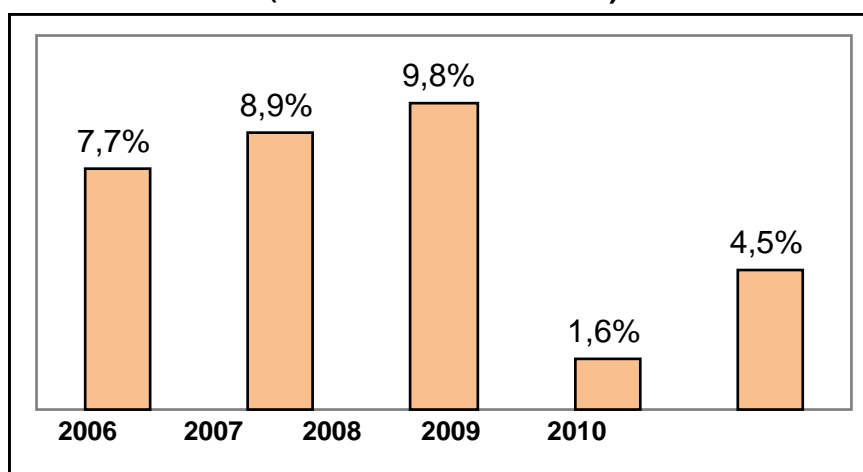
En lo que se refiere a la política fiscal, el producto bruto interno del periodo (2006 al 2008) muestra un aumento sostenido.

En el 2009 las economías desarrolladas experimentaron una desaceleración en su crecimiento, la crisis internacional afectó al Perú, los menores precios originaron una disminución en el valor de las exportaciones peruanas, lo que se tradujo en una contracción de los volúmenes de exportación, también el consumo privado interno disminuyó.

La economía peruana cerró el año 2009 con un PBI del 1.6%. A pesar de esta fuerte desaceleración, afectada por el fin de la burbuja inmobiliaria norteamericana originando la crisis financiera internacional.

La actividad económica empezó a mostrar signos de recuperación en el cuarto trimestre del 2009, esta recuperación económica se refleja en el aumento considerable del PBI con un 4.5% en el año 2010. (Ver gráfico N° 5.3).

**GRÁFICO N° 5.3**  
**TASA DE CRECIMIENTO DEL PRODUCTO BRUTO INTERNO**  
**(Variaciones Porcentuales)**



Fuente: Banco Central de Reserva del Perú. (BCRP)

#### 1.4. Inflación

En el periodo (2006-2010), las inflaciones mas altas son las de los años 2007 y 2008 con 3.9 % y 6.7 % respectivamente.

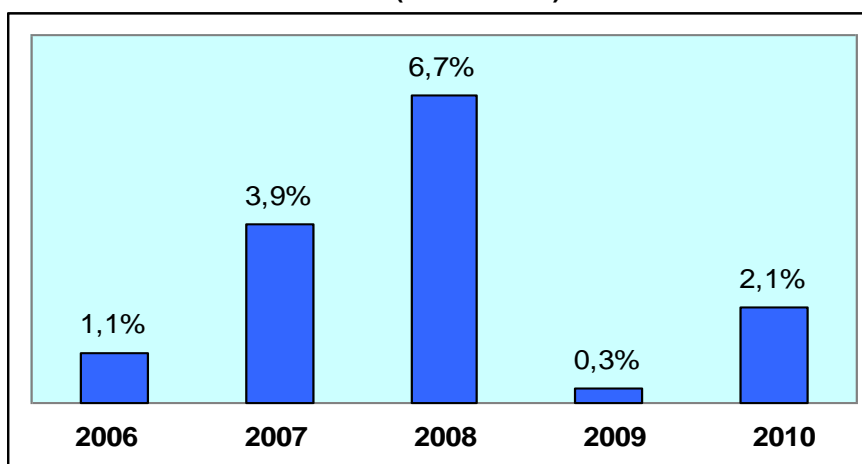
En términos económicos, estos valores son consideradas como altos y son la consecuencia de alzas importantes en los rubros de alimentos, bebidas alquiler de vivienda, combustible y electricidad.

En lo que respecta a los años 2006,2009 y 2010 se registraron 1.1%, 0.3 % y 2.1%, de inflación respectivamente, estos valores en la economía son aceptables

En el año 2009 se obtuvo la inflación más baja con 0.3 %.

(Ver gráfico N° 5.4).

**GRÁFICO N° 5.4**  
**INFLACIÓN EN PORCENTAJES**  
**PERIODO (2006 - 2010)**



Fuente: Banco Central de Reserva del Perú (BCRP)

### 1.3. Riesgo País

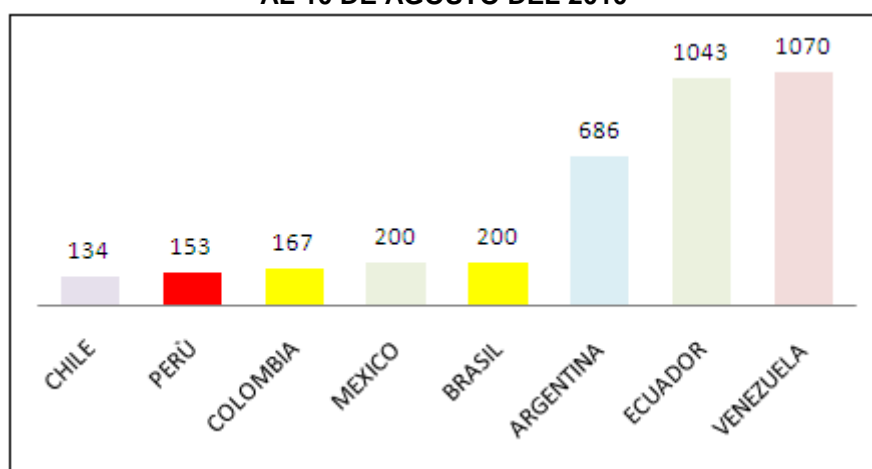
El Perú realizó grandes méritos en lo social económico y político de manera que en el periodo (2006 – 2010) la economía creció gracias a la inversión privada, con los Tratados de Libre Comercio firmados con los Estados Unidos de América, con la Unión Europea, con la República de China y con otros países. El despunte exportador, fundamentalmente al alza de las materias primas. En cuanto a la exportación de productos con valor agregado permanece inmóvil, no existe política en materia de diversificación productiva, el crecimiento económico en este periodo es precario.

En conflictos sociales, las más relevantes a fines del año 2010, son de índole ecológico, que con justa razón demandan las poblaciones afectadas del interior del país.

Es responsabilidad del gobierno de turno, fiscalizar y determinar con las autoridades representativas de la población, la factibilidad o no, de ciertas zonas destinadas a futuros proyectos energéticos o mineros.

De acuerdo a lo publicado por el Banco Central de Reserva, al 10 de Agosto del 2010 y según el indicador Emerging Market Bonds Index Global (EMBIG), el Perú logró el segundo lugar con 153 puntos básicos. (Ver gráfico N° 5.5).

**GRÁFICO N° 5.5**  
**INDICADORES DE RIESGO PAÍS**  
**EL PERÚ EN EL RANKING LATINOAMERICANO**  
**AL 10 DE AGOSTO DEL 2010**



Fuente: Banco Central de Reserva del Perú (BCRP)



## 2. Análisis del Sector Empresarial

Se evalúan los sectores minero, bancario, industrial y varios (rubro construcción) que corresponden a los sectores donde están las empresas consideradas en esta investigación.

### 2.1. Sector Minero

La minería continuó siendo un importante propulsor de la economía durante el 2006, incidiendo significativamente en el desarrollo de la inversión privada.

La actividad minera retomó en el año 2008 el impulso que tuvo en los primeros años de la década alcanzando una tasa de expansión significativa, sustentada en el desarrollo experimentado por las actividades relacionadas al zinc, cobre y oro.

La minería se consolida como la base de nuestras exportaciones y principal generadora de divisas, manteniendo un escenario favorable durante el periodo (2006-2010). (Ver cuadro N° 5.14)

**CUADRO N° 5.14**  
**COTIZACIONES DE LOS PRINCIPALES MINERALES**  
**PRECIOS EN DOLARES AMERICANOS**  
**ROMEDIO ANUAL PERIODO (2006-2010)**

PRODUCTOS	UNIDAD	2006	2007	2008	2009	2010
COBRE	UUS \$/ lb	304.91	322.93	315.51	233.52	342.28
ORO	UUS \$/ oz	604.58	697.41	872.72	973.62	1225.29
ZINC	UUS \$/ lb	148.56	147.07	85.04	75,05	98,18
PLATA	UUS \$/ oz	11.57	13.42	15.01	14.68	20.19
HIERRO	UUS \$/ lb	58.50	117.03	94.83	77.91	97.61
ESTAÑO	UUS \$/ lb	398.29	659.47	839.60	615.83	926.63

Fuente: Ministerio de Energía y Minas

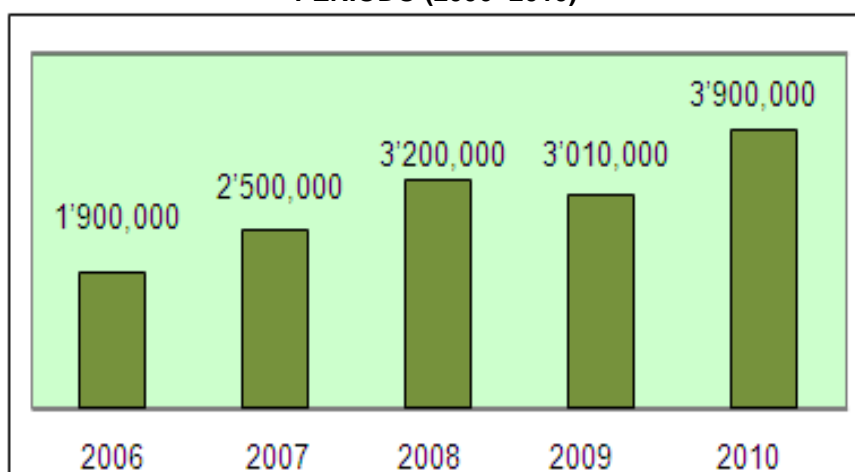
## 2.2. Sector Bancario

La expansión de la economía en el 2006 favoreció el impulso de la actividad bancaria, el cual se reflejó en importantes crecimientos de los depósitos y colocaciones, así como en una sustantiva mejora en los ratios de morosidad y rentabilidad del sistema.

La banca está sostenida por un crecimiento notable de la demanda interna y de la inversión privada, lo que impulsó el negocio bancario y se reflejó en altas rentabilidades, manteniéndose estable hasta la actualidad.

En el sector bancario viene destacando los créditos hipotecarios.(Ver gráfico N° 5.6).

**GRÁFICO N° 5.6**  
**UTILIDAD NETA Bancos Privados Peruanos**  
**EN MILES DE NUEVOS SOLES**  
**PERIODO (2006- 2010)**



Fuente: Superintendencia Banca y Seguros (SBS)

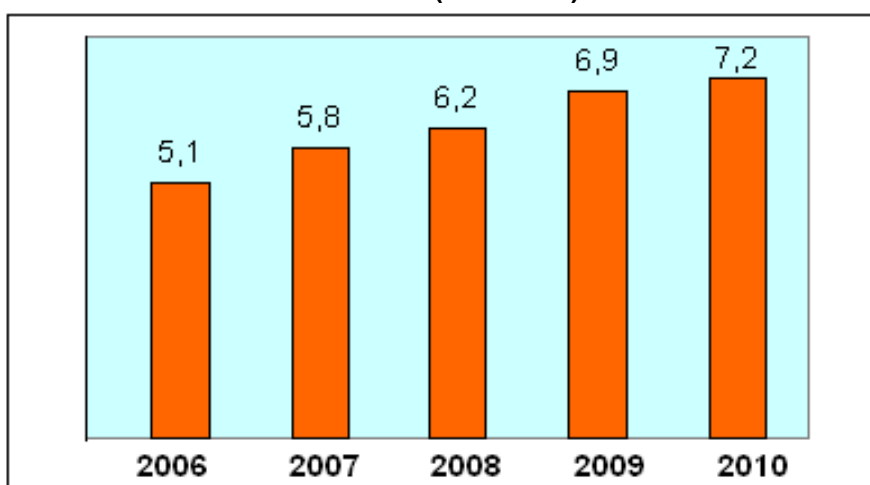
### 2.3. Sector Industrial

La industria de bienes de consumo se vio afectada principalmente por la caída del sector textil; específicamente por el descenso en la fabricación de prendas de vestir, de tejidos y artículos de punto debido primordialmente a las menores adquisiciones de Estados Unidos.

En la manufactura de bienes intermedios, las ramas que experimentaron los mayores descensos fueron: sustancias químicas básicas, aparatos de distribución y control de energía eléctrica, al igual que el rubro de bombas, compresoras y grifos.

Por el contrario, entre los insumos que tuvieron algún desarrollo podemos mencionar al grupo de cemento, cal y yeso. (Ver gráfico N° 5.7).

**GRÁFICO N° 5.7**  
**PRODUCCIÓN DE CEMENTO EN EL PERÚ**  
**EN MILLONES DE TONELADAS METRÍCAS**  
**PERIODO (2006-2010)**



Fuente: Instituto de Estadística e Informática (INEI)

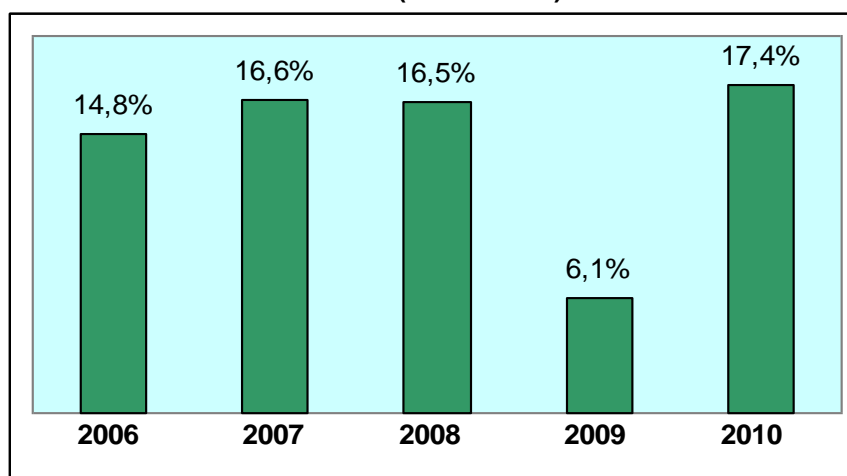
## 2.4. Sector Empresas Diversas

Respecto a las empresas con valores listados en el sector de diversas (arrendamiento financiero, construcción, negocio inmobiliario, comercio, turismo y utilería) entre las que más destacaron están las del sector construcción e inmobiliario, que en los últimos años viene atravesando una sostenida expansión.

La demanda de proyectos habitacionales a nivel nacional se mantuvo como consecuencia del elevado déficit de viviendas, así como por la mayor disponibilidad de créditos hipotecarios por parte del gobierno y del sistema financiero.

El sector construcción también se vio fortalecido con la construcción de diversos centros comerciales, entre los cuales destacan el Centro Comercial Plaza Lima Norte, con una inversión de 180 millones de dólares. (Ver gráfico N° 5.8)

**GRÁFICO N° 5.8**  
**TASA DE CRECIMIENTO DEL SECTOR CONSTRUCCIÓN**  
**VARIACIONES PORCENTUALES**  
**PERIODO (2006 – 2010)**



Fuente: Instituto de Estadística e Informática (INEI)

### 5.1.2.1.1. Análisis de las Empresas en Función de los Ratios Financieros

Se analiza a las empresas a partir de cuatro Ratios Financieros que permiten conocer y evaluar su situación patrimonial y económica actual para ser consideradas en el proceso de inversión. Estos ratios son:

Patrimonio Neto (Activos – Pasivos), Ganancias y Pérdidas (Utilidad Neta), Precio/Beneficio (PER) y Precio /Valor Contable. Las empresas que cotizan activos, están obligadas a presentar toda la información financiera de la empresa, a la Bolsa de Valores de Lima y Superintendencia de Mercado de Valores.

Como ejemplo se describe los cálculos del Precio/Beneficio (PER) y el Precio/Valor Contable del Banco Continental del año 2006. En la práctica no es necesario calcular ningún ratio, ya que toda la información se encuentra en el Vademécum, que anualmente publica la Bolsa de Valores de Lima.

Los ratios financieros del Banco Continental del periodo (2006 -2010) se muestran en el cuadro N° 5.15.Pag.87.

### 1.1. Calculo del Precio/Beneficio (PER) del Banco Continental año 2006

El cálculo del Precio/Beneficio (PER), está dado por la siguiente relación:

$$\text{Precio/Beneficio} = \frac{\text{Precio de la Acción}}{\text{Beneficio Por Acción}}$$

Dónde:

$$\text{Beneficio Por Acción} = \frac{\text{Ganancias y Perdidas}}{\text{Acciones en Circulación}}$$

$$\text{Beneficio Por Acción} = \frac{488,200}{852,896} = S/. 0.57$$

En el año 2006 Las acciones comunes del Banco Continental en promedio se cotizaron en la Bolsa de Valores en S/.7.16, entonces se tiene:

$$\text{Precio/Beneficio} = \frac{7.16}{0.57} = 12.56 \approx 12.5. \quad \text{La inversión se recupera en 12 años y medio.}$$

## 1.2. Calculo del Precio/Valor Contable del Banco Continental

El cálculo del Precio/Valor Contable, está dado por la siguiente relación:

$$\text{Precio/Valor Contable} = \frac{\text{Precio de la Acción}}{\text{Valor Contable}}$$

Dónde:

$$\text{Valor Contable} = \frac{\text{Patrimonio Neto} \times \text{Valor Nominal de la Accion}}{\text{Acciones en Circulacion}}$$

$$\text{Valor Contable} = \frac{1710,651 \times 1.0}{852,896} = \text{S/. 2.01}$$

Luego se tiene:

$$\text{Precio/Valor Contable} = \frac{7.16}{2.01} = \text{S/. 3.56}$$

Se estaría pagando 3.56 veces el valor contable de la acción. Cuanto mayor sea ese ratio más caro es el precio de la acción.

Los agentes de Bolsa consideran que una acción es barata cuando está por debajo de S/.1.50y es cara cuando está por encima de S/.1.50.

## 1. Banco Continental S.A.

El Banco Continental está organizado bajo la forma de sociedad anónima, pudiendo realizar todas las operaciones reservadas a la banca nacional, brinda todo tipo de servicios financieros y de mercado de capitales a través de una amplia red de oficinas detallistas y especializadas.

En el cuadro N° 5.15 se muestran los ratios financieros del Banco Continental.

La actividad bursátil del Banco Continental en la Bolsa de Valores de Lima, se puede ver en el anexo N° 11 .Pag.147.

**CUADRO N° 5.15**  
**RATIOS FINANCIEROS DEL BANCO CONTINENTAL EN NUEVOS SOLES**  
**PERIODO (2006 – 2010)**

<b>AÑO</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>
PATRIMONIO NETO	1'710,651	1'986,699	2'232,838	2'887,676	3'383,915
GANANCIAS Y PERDIDAS	488,200	593,245	724,110	927,511	1'007,247
PRECIO/BENEFICIO (PER)	12.56	13.51	7.89	14.36	13.09
PRECIO/VALOR CONTABLE	3.56	4.03	2.56	4.61	4.18

Fuente: Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

## 2. Banco de Crédito del Perú S.A.

El Banco de Crédito es una sociedad anónima, cuyo objeto social es favorecer el desarrollo de las actividades comerciales y productivas en el Perú, con este fin está facultado a captar y colocar recursos financieros y efectuar todo tipo de servicios y operaciones bancarias.

En el cuadro N° 5.16 se muestran los ratios financieros del Banco de Crédito

**CUADRO N° 5.16**  
**RATIOS FINANCIEROS DEL BANCO DE CRÉDITO EN NUEVOS SOLES**  
**PERIODO (2006 – 2010)**

<b>AÑO</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>
PATRIMONIO NETO	2'860,880	3'207,835	4'099,932	4'829,276	5'539,050
GANANCIAS Y PERDIDAS	661,574	883,438	1'334,546	924,501	1'209,341
PRECIO/BENEFICIO (PER)	17.7	15.29	8.25	19.76	17.13
PRECIO/VALOR CONTABLE	4.10	4.22	2.69	3.74	3.71

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

### 3. Compañía Minera Volcan S.A.A

La minera Volcan se dedica a la exploración y explotación de denuncios mineros y la correspondiente extracción y tratamiento de minerales metalíferos no ferrosos, excepto minerales de uranio y de torio, así como su posterior comercialización, tanto en el mercado interno como externo.

En el cuadro N° 5.17 se muestran los ratios financieros de la minera Volcan

**CUADRO N° 5.17**  
**RATIOS FINANCIEROS DE LA MINERA VOLCAN EN NUEVOS SOLES**  
**PERIODO (2006 – 2010)**

<b>AÑO</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>
PATRIMONIO NETO	1'509.910	2'421.591	2'599.749	2'699.413	3'047.587
GANANCIAS Y PERDIDAS	801,089	1'216.166	516.253	779.000	765.414
PRECIO/BENEFICIO (PER )	14.84	11.81	23.69	57.36	6.53
PRECIO/VALOR CONTABLE	4.42	3.99	0.59	2.94	8.23

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

### 4. Compañía Minera Milpo S.A.A

La compañía minera Milpo tiene por objeto llevar a cabo todas las actividades que comprende la industria minera y particularmente la exploración y explotación de yacimientos mineros, así como el tratamiento, comercialización, fundición y refinación y todas las demás actividades conexas, a los minerales como zinc, plomo y cobre.

En el cuadro N° 5.18 se muestran los ratios financieros de la minera Milpo.

**CUADRO N° 5.18**  
**RATIOS FINANCIEROS DE LA MINERA MILPO EN NUEVOS SOLES**  
**PERIODO (2006 – 2010)**

<b>AÑO</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>
PATRIMONIO NETO	752.846	952.970	952.750	1'296.434	1'541.938
GANANCIAS Y PERDIDAS	315.092	295.139	90,083	184.273	366.134
PRECIO/BENEFICIO (PER)	16.83	17.40	68.09	40.62	23.03
PRECIO/VALOR CONTABLE	7.20	5.63	6.02	6.02	2.31

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia



## 5. Corporación Aceros Arequipa S.A

La compañía se dedica a la manufactura, elaboración y distribución de hierro, acero y otros metales y sus derivados; venta de los productos que fabrica y elaboración de productos que utiliza como materia prima.

De las ocho empresas es la única que registra pérdidas en el ejercicio del año 2009. Un PER negativo nos sugiere que el mercado no ha reconocido el potencial de la acción o las perspectivas de la acción no son buenas.

En el cuadro N° 5.19 se muestran los ratios financieros de Aceros Arequipa.

**CUADRO N° 5.19**  
**RATIOS FINANCIEROS DE ACEROS AREQUIPA EN NUEVOS SOLES**  
**PERIODO (2006 – 2010)**

AÑO	2006	2007	2008	2009	2010
PATRIMONIO NETO	676,806	750.429	827,967	783,074	903,029
GANANCIAS Y PERDIDAS	142,979	106,900	112,091	-37,334	131,629
PRECIO/BENEFICIO (PER )	13.60	27.96	13.23	- 40,58	14,42
PRECIO/VALOR CONTABLE	2.87	3.99	1.79	1.82	2.67

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

## 6. Cementos Lima S.A.

El objeto de la Sociedad Cementos Lima es dedicarse a la elaboración y fabricación de cementos y otros materiales de construcción, en el país y en el extranjero, incluida su comercialización y venta, así como la operación del muelle de Conchán e instalaciones complementarias.

En el cuadro N° 5.20 se muestran los ratios financieros de Cementos Lima.

**CUADRO N° 5.20**  
**RATIOS FINANCIEROS DE CEMENTOS LIMA EN NUEVOS SOLES**  
**PERIODO (2006 – 2010)**

AÑO	2006	2007	2008	2009	2010
PATRIMONIO NETO	877,891	73,100	31,529	1'121,974	1'232,445
GANANCIAS Y PERDIDAS	136,967	202,079	187,933	190,549	177,782
PRECIO/BENEFICIO (PER )	16.59	17.28	10,01	12.83	20.63
PRECIO/VALOR CONTABLE	2.46	3.14	1.87	2.13	3.36

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

## 7. Ferreyros S.A.

Ferreyros comercializa bienes de capital mayormente importados, destacando la representación de la marca Caterpillar y brindando servicio post-venta a los bienes que comercializa. Los ingresos se concentran en la minería y construcción.

En el cuadro N° 5.21 se muestran los ratios financieros de Ferreyros.

**CUADRO N° 5.21**  
**RATIOS FINANCIEROS DE FERREYROS EN NUEVOS SOLES**  
**PERIODO (2006- 2010)**

<b>AÑO</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>
PATRIMONIO NETO	399,161	497,793	537,512	633,700	764,221
GANANCIAS Y PERDIDAS	97,562	127,051	80,445	100,503	138,365
PRECIO/BENEFICIO (PER)	10.43	15.38	10.57	11.16	14.65
PRECIO/VALOR CONTABLE	2.56	3.93	1.58	1.77	2.69

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

## 8. Graña y Montero S.A.

La Sociedad Graña y Montero tiene por objeto principal dedicarse a inversiones y operaciones mercantiles en general, así como servicios de ingeniería, asesoría gerencial, inversiones inmobiliarias, petróleo, concesiones de carreteras, tecnología de la información, terminales de almacenamiento de combustible y consultoría en ingeniería.

En el cuadro N° 5.22 se muestran los ratios financieros de Graña Y Monteros.

**CUADRO N° 5.22**  
**RATIOS FINANCIEROS DE GRAÑA Y MONTERO EN NUEVOS SOLES**  
**PERIODO (2006 – 2010)**

<b>AÑO</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>
PATRIMONIO NETO	340,683	447,337	566,188	665,394	920,224
GANANCIAS Y PERDIDAS	104,680	129,900	147,188	134,399	272,844
PRECIO/BENEFICIO (PER )	12.84	19.78	7.59	11.76	13.57
PRECIO/VALOR CONTABLE	3.96	5.77	1.97	2.37	4.03

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

### 5.1.2.1.2. Mejores Empresas con Respecto al Patrimonio Neto

Para identificar cuáles son las empresas que tienen el mayor Patrimonio Neto en el periodo (2006 – 2010), se ha promediado los patrimonios de cada una de las ocho empresas y ordenado de mayor a menor, se selecciona una empresa por sector económico, las mejores son las empresas en las posiciones: 1, 2, 5 y 7.

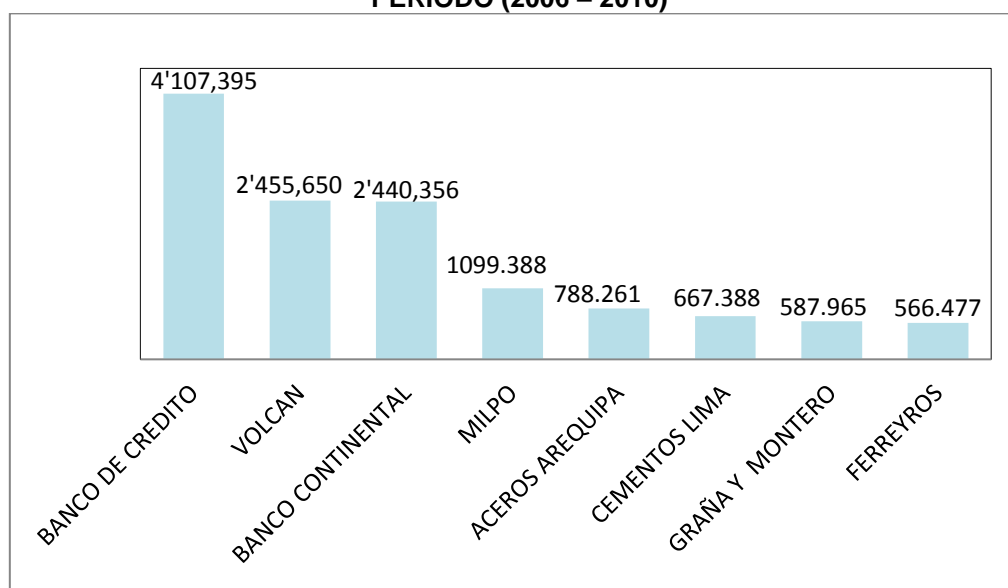
Los resultados se muestran en el cuadro N° 5.23 y el gráfico N° 5.9.

**CUADRO N° 5.23**  
**PATRIMONIO NETO DE LAS EMPRESAS CONSIDERADAS**  
**EN LA INVESTIGACIÓN EN MILES DE NUEVOS SOLES**  
**PERIODO (2006 – 2010)**

POSICION	EMPRESAS	SECTOR	PATRIMONIO NETO
1	<b>BANCO DE CREDITO</b>	<b>BANCARIO</b>	<b>4'107,395</b>
2	<b>MINERA VOLCAN</b>	<b>MINERIA</b>	<b>2'455,650</b>
3	BANCO CONTINENTAL	BANCARIO	2'440,356
4	MINERA MILPO	MINERIA	1'099,388
5	<b>ACEROS AREQUIPA</b>	<b>INDUSTRIAL</b>	<b>788,261</b>
6	CEMENTOS LIMA	INDUSTRIAL	667,388
7	<b>GRAÑA Y MONTERO</b>	<b>DIVERSAS</b>	<b>587,965</b>
8	FERREYROS	DIVERSAS	566,477

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

**GRÁFICO N° 5.9**  
**PATRIMONIO NETO DE LAS EMPRESAS CONSIDERADAS**  
**EN LA INVESTIGACIÓN EN MILES DE NUEVOS SOLES**  
**PERIODO (2006 – 2010)**



Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

### 5.1.2.1.3 Mejores Empresas con Respecto a las Ganancias y Pérdidas

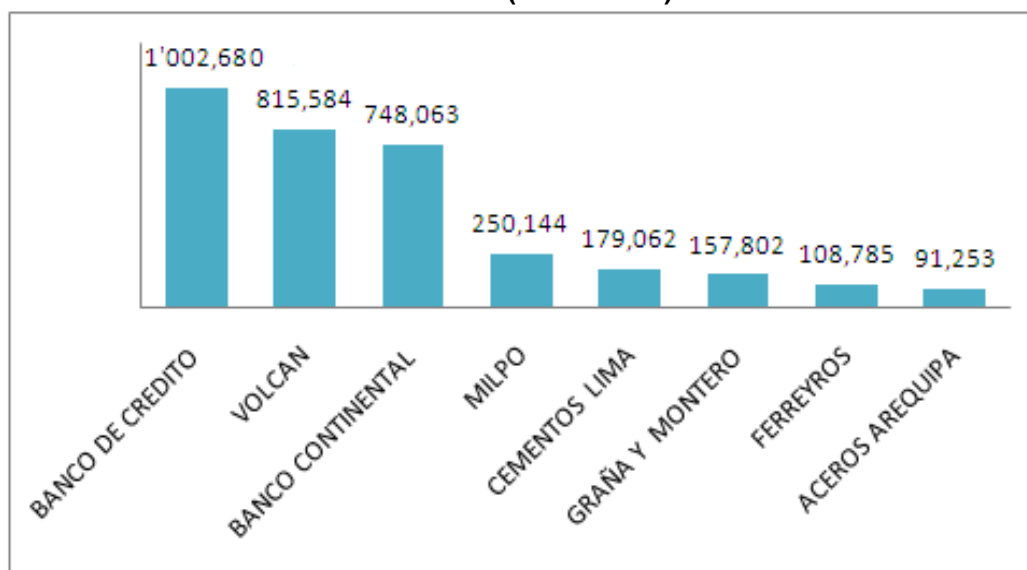
En cuanto al resultado de ganancias y pérdidas, promediando el periodo (2006 - 2010) ninguna empresa presenta pérdidas, es suficiente ordenar estas ganancias de mayor a menor; tal como se muestra en el cuadro N° 5.24 y el gráfico N° 5.10, se escoge una empresa por sector económico, las mejores opciones son las empresas en las posiciones: 1, 2, 5 y 7.

**CUADRO N° 5.24**  
**GANANCIAS Y PÉRDIDAS DE LAS EMPRESAS CONSIDERADAS**  
**EN LA INVESTIGACIÓN EN MILES DE NUEVOS SOLES**  
**PERIODO (2006 – 2010)**

POSICION	EMPRESAS	SECTOR	GANANCIAS O PERDIDAS
1	BANCO DE CREDITO	BANCARIO	1'002,680
2	VOLCAN	MINERIA	815,584
3	BANCO CONTINENTAL	BANCARIO	748,063
4	MILPO	MINERIA	250,144
5	CEMENTOS LIMA	INDUSTRIAL	179,062
6	GRAÑA Y MONTERO	DIVERSAS	157,802
7	FERREYROS	DIVERSAS	108,785
8	ACEROS AREQUIPA	INDUSTRIAL	91,253

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

**GRÁFICO N° 5.10**  
**GANANCIAS Y PÉRDIDAS DE LAS EMPRESAS CONSIDERADAS**  
**EN LA INVESTIGACIÓN EN MILES DE NUEVOS SOLES**  
**PERIODO (2006 – 2010)**



Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

#### 5.1.2.1.4. Mejores Empresas con Respecto al Precio/Beneficio (PER)

El valor del precio/beneficio (PER) tiene una doble interpretación, así, un valor menor de (PER), indica que la inversión se recupera en menos tiempo (años).

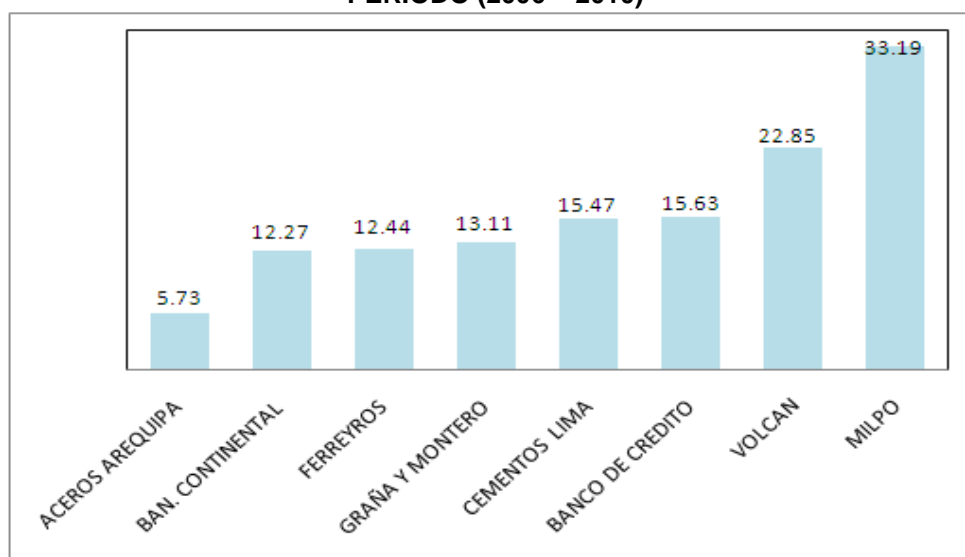
Ordenando los respectivos valores (PER) de menor a mayor y escogiendo a las empresas mejor ubicadas y están en las posiciones: 1, 2,3 y 7. Los resultados se muestran en el cuadro N° 5.25 y el gráfico N° 5.11.

**CUADRO N° 5.25**  
**PRECIO/BENEFICIO (PER) DE LAS EMPRESAS CONSIDERADAS**  
**EN LA INVESTIGACIÓN (EN AÑOS)**  
**PERIODO (2006 – 2010)**

POSICION	EMPRESAS	SECTOR	PRECIO BENEFICIO (PER)
1	ACEROS AREQUIPA	INDUSTRIAL	5,73
2	BANCO CONTINENTAL	BANCARIO	12,27
3	FERREYROS	DIVERSAS	12,44
4	GRAÑA Y MONTERO	DIVERSAS	13,11
5	CEMENTOS LIMA	INDUSTRIAL	15,47
6	BANCO DE CREDITO	BANCARIO	15,63
7	VOLCAN	MINERIA	22,85
8	MILPO	MINERIA	33,19

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

**GRÁFICO N° 5.11**  
**PRECIO/BENEFICIO (PER) DE LAS EMPRESAS CONSIDERADAS**  
**EN LA INVESTIGACIÓN (EN AÑOS)**  
**PERIODO (2006 – 2010)**



Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

### 5.1.2.1.5. Mejores Empresas con Respecto al Precio/Valor Contable

En el cuadro N° 5.26 y en el gráfico N° 5.12; se tiene los valores del Precio/Valor Contable,

Este ratio nos brinda información acerca si la acción escasa o barata. Cuanto mayor sea este ratio más caro es el precio de la acción.

Se selecciona una empresa por sector económico, cuyas acciones sean las más baratas, es decir los menores valores de Precio/Valor Contable.

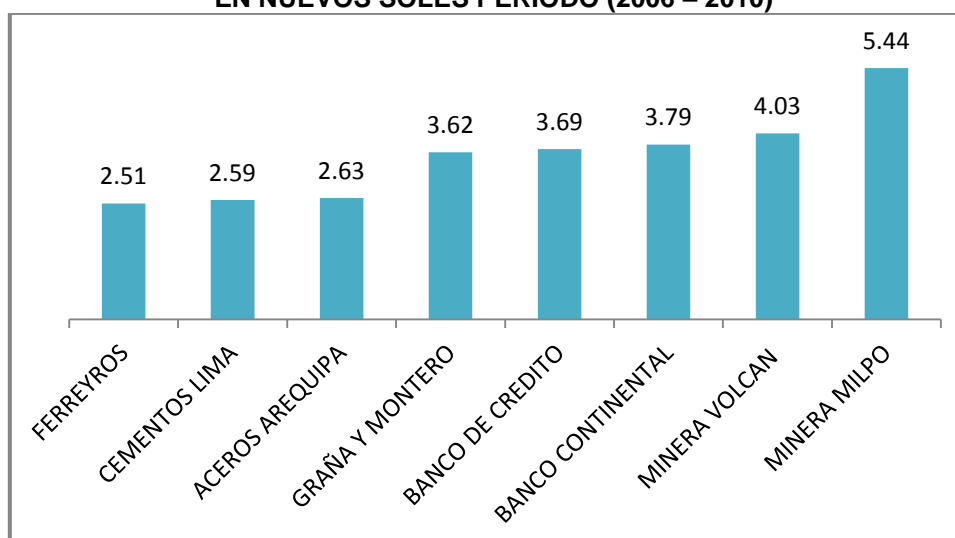
Las mejores opciones son las empresas en las posiciones: 1, 2,5 y 7.

**CUADRO N° 5.26**  
**PRECIO/VALOR CONTABLE DE LAS EMPRESAS**  
**CONSIDERADS EN LA INVESTIGACIÓN**  
**EN NUEVOS SOLES PERIODO (2006 – 2010)**

POSICION	EMPRESAS	SECTOR	PRECIO /VALOR CONTABLE
1	<b>FERREYROS</b>	<b>DIVERSAS</b>	<b>2,51</b>
2	<b>CEMENTOS LIMA</b>	<b>INDUSTRIAL</b>	<b>2,59</b>
3	ACEROS AREQUIPA	INDUSTRIAL	2,63
4	GRAÑA Y MONTERO	DIVERSAS	3,62
5	<b>BANCO DE CREDITO</b>	<b>BANCARIO</b>	<b>3,69</b>
6	BANCO CONTINENTAL	BANCARIO	3,79
7	<b>MINERA VOLCAN</b>	<b>MINERA</b>	<b>4,03</b>
8	MINERA MILPO	MINERA	5,44

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

**GRÁFICO N° 5.12**  
**PRECIO/VALOR CONTABLE DE LAS EMPRESAS**  
**CONSIDERADAS EN LA INVESTIGACIÓN**  
**EN NUEVOS SOLES PERIODO (2006 – 2010)**



Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

#### 5.1.2.1.6. Resultados del Análisis Fundamental

Los indicadores macroeconómicos reflejan una economía estable y en constante crecimiento, salvo la crisis norteamericana afectada por el fin de la burbuja inmobiliaria norteamericana, que originó una crisis financiera internacional, las expectativas en términos de exportaciones con este país son de las mejores.

Los sectores productivos a los cuales pertenecen las empresas donde se desea invertir muestran también indicadores positivos.

En lo que respecta al análisis de los ratios de las ocho empresas, de los cuadros N°: 5.23 5.24, 5.25 y 5.26 se ha seleccionado a una empresa por sector productivo, según su mejor Ratio.

Es posible que una o mas empresas estén mejor posesionadas en uno mas ratios.

El resumen se muestra en el cuadro N° 5.27.

**CUADRO N° 5.27**  
**EMPRESAS UBICADAS EN LOS PRIMEROS LUGARES**  
**SEGÚN LOS RATIOS FINANCIEROS PERIODO (2006 – 2010)**

<b>PATRIMONIO NETO</b>	<b>GANANCIAS Y PERDIDAS</b>	<b>PRECIO/BENEFICIO (PER)</b>	<b>PRECIO / VALOR CONTABLE</b>
BANCO DE CREDITO	BANCO DE CREDITO	ACEROS AREQUIPA	FERREYROS
MINERA VOLCAN	MINERA VOLCAN	BANCO CONTINENTAL	CEMENTOS LIMA
ACEROS AREQUIPA	CEMENTOS LIMA	FERREYROS	BANCO DE CREDITO
GRAÑA Y MONTERO	FERREYROS	MINERA VOLCAN	MINERA VOLCAN

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

### **5.1.3. Portafolios del Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros**

A partir del cuadro N° 5.27. Pag.96, se formulan los portafolios, en este cuadro se tienen cuatro columnas donde están las empresas mejor ubicadas en relación a los ratios: patrimonio neto, ganancias y pérdidas, precio/beneficio (PER) y precio/valor contable respectivamente. Luego se generan los siguientes portafolios:

- Portafolio N° 1. Programación Cuadrática - Patrimonio Neto
- Portafolio N° 2. Programación Cuadrática - Ganancias y Pérdidas
- Portafolio N° 3. Programación Cuadrática – Precio/Beneficio (PER)
- Portafolio N° 4. Programación Cuadrática – Precio/Valor Contable

#### **5.1.3.1. Portafolio de Inversión**

Un portafolio de inversión, es una selección de activos bursátiles de empresas (emisor) que cotizan sus activos en la Bolsa de Valores, en el cual los inversionistas deciden invertir su dinero. En esta investigación el activo bursátil son las acciones comunes.

Se ha generado cuatro portafolios en función de las mejores posiciones con respecto a un determinado ratio; estos son los portafolios de inversión integrados por las acciones comunes de empresas de cuatro sectores de la producción, el inversionista para hacer su elección debe considerar el nivel de riesgo que esta dispuesto a correr y la preferencia por un determinado ratio.

El Sistema del Mercado de Valores establece que se tiene que recurrir a las Sociedades Agentes de Bolsa, para que a través de ellos se pueda realizar la transacción en la Bolsa de Valores. (Ver Agentes de Bolsa. Anexo N° 12. Pag.148).



### **5.1.3.2. Identificación de las Variables de Decisión**

#### **1. Variable Discreta**

Se identifica como variables de decisión, cuantitativa del tipo discreta a las siguientes empresas:

Minera Volcan, Minera Milpo, Aceros Arequipa, Cementos Lima, Banco Continental, Banco de Crédito, Ferreyros y Graña Y Montero, a las cuales se les tiene que asignar una parte de los S/. 50,000 que es la inversión, a fin de que el rendimiento total esperado anual sea mayor o igual a S/.5, 000.

Para efecto de su uso en el software Lingo, el nombre de estas empresas se les reemplaza por las siguientes variables literales:

volcan,milpo,aarequipa,clima,bcontinental,bcredito,ferreyros,gmontero,respectivamente.

### **5.1.3.3. Función Objetivo del Modelo de Programación Cuadrática**

La función objetivo del modelo cuadrático, conocido como “varianza” es el resultado de multiplicar la matriz de varianzas y covarianzas por las variables y sus respectivas transpuestas. La función objetivo minimiza la “varianza” y mide el riesgo del portafolio de inversión.

#### **1. Calculo de las Varianzas**

La varianza mide la dispersión de los dividendos, a mayor dispersión mayor riesgo y minimiza el riesgo en la obtención de los dividendos.

#### **2. Calculo de las covarianzas**

La covarianza relaciona las variables, lo que nos interesa saber es el tipo de relación entre ellas.

Cuando el signo de la covarianza es negativo el riesgo se compensa.

Si el signo de la covarianza es positivo, indica que el riesgo no está compensado.

### 5.1.3.4. Determinación de la Rentabilidad del Portafolio

Para determinar la rentabilidad de los portafolios, es necesario analizar los dividendos y tasas, que se pagan por las inversiones y depósitos.

#### 1. Sistema Mercado de Valores

Pago por dividendos que se obtienen por los activos de las siguientes empresas durante el periodo (2006-2010). (Ver cuadro N° 5.13.Pag.76)

$$\text{Minera Volcan} = \frac{0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12}{5} = S/.011$$

$$\text{Minera Milpo} = \frac{0.03 + 0.04 + 0.03 + 0.02 + 0.02}{5} = S/.0.03$$

$$\text{Aceros Arequipa} = \frac{0.04 + 0.06 + 0.03 + 0.02 + 0.02}{5} = S/.0.03$$

$$\text{Cementos Lima} = \frac{0.46 + 0.81 + 0.60 + 0.16 + 0.18}{5} = S/.0.44$$

$$\text{Banco Continental} = \frac{0.33 + 0.46 + 0.56 + 0.33 + 0.32}{5} = S/.0.40$$

$$\text{Banco de Crédito} = \frac{0.46 + 0.42 + 0.29 + 0.41 + 0.27}{5} = S/.0.37$$

$$\text{Ferreyros} = \frac{0.06 + 0.11 + 0.13 + 0.06 + 0.07}{5} = S/.0.09$$

$$\text{Graña y Montero} = \frac{0.06 + 0.06 + 0.06 + 0.05 + 0.05}{5} = S/.0.06$$

#### 2. Rentabilidad por Dividendo

La rentabilidad por dividendo en términos de porcentaje está dado por la siguiente relación.

$$\text{Rentabilidad por Dividendo} = \frac{\text{Dividendo Por Acción}}{\text{Precio de la Acción}}$$

$$\text{Cementos Lima} = \frac{0.44}{47.08} = S/.0.0093 = 0.93\% \quad \text{Rentabilidad por Dividendos}$$

$$\text{Banco Continental} = \frac{0.40}{7.16} = S/.0.055 = 5.5\% \quad \text{Rentabilidad por Dividendos}$$

$$\text{Banco de Credito} = \frac{0.37}{8.84} = S/.0.041 = 4.2\% \quad \text{Rentabilidad por Dividendos}$$

La rentabilidad más alta, corresponde al Banco Continental con 5.5%.

(Para efecto del cálculo, se usa los precios de las acciones por oferta y demanda.

(Ver cuadros: 4.8, 4.9 y 4.10.Pag.75).

### 3. Sistema Bancario

Por otro lado en este periodo (2006 - 2010) el porcentaje más alto que paga el Sistema Bancario en depósitos a 360 días a más; es del 7.9 %. (Ver cuadro N° A2.37.Pag.156).

### 4. Inflación

Otra referencia es la inflación (devaluación del dinero), en el periodo (2006 - 2010) la mas alta correspondió año 2008; llegando al 6.7%. (Ver gráfico N° 5.5.Pag.79).

### 5. Rentabilidad para los Portafolios del Modelo de Aplicación

La más alta rentabilidad por dividendos es 5.5 %, y corresponde al Banco Continental. Se puede fijar una rentabilidad para los portafolios del 5.5 % de S/.50, 000, es decir S/.2, 750.

Además se sabe que el sector bancario sin riesgo por los depósitos del capital, pagó en promedio 7.9 % de interés. En el año 2008 se registró La inflación más alta con 6.7 %

Con estos antecedentes, es válido asumir más riesgo por la inversión.es decir desear una mayor rentabilidad que 5.5%.

Por lo tanto para la inversión de S/. 50,000 se fija una rentabilidad por portafolio del 10%.Entonces se tiene:

$$R_p = \frac{50,000 \times 10}{100} = S/.5,000 \quad \text{Rentabilidad del Portafolio}$$

### 6. Perfil del Inversionista

Según el perfil del inversionista al riesgo (adverso y propenso) este podría fijar una rentabilidad más alta; esto produce en el modelo cuadrático un valor de varianza mayor, lo que determina que a mayor rentabilidad mayor riesgo. “El programa (Modelo de Programación Cuadrática) no será factible si se fija  $R_p$  (rentabilidad del portafolio) demasiado alto [5]”.

[5] Bronson – Schaum” Investigación de Operaciones “. Edición 1982. México Pág.143. Cap.13.Programación Cuadrática.

### 5.1.3.5. Solución del Portafolio N° 1 Programación Cuadrática - Patrimonio Neto

Las empresas mejor ubicadas con respecto al Patrimonio Neto y sus dividendos se muestran en el cuadro N° 5.28. Los dividendos para cada uno de los portafolios son los mismos que se mostraron en el cuadro N° 5.13. Pag. 7.

**CUADRO N° 5.28**  
**EMPRESAS MEJOR UBICADAS CON RESPECTO AL PATRIMONIO NETO**  
**DIVIDENDOS EN CÉNTIMOS DE NUEVO SOL**  
**PERIODO (2006 2010)**

EMPRESAS	VARIABLES	SECTOR	2006	2007	2008	2009	2010
Minera Volcan	Volcán	MINERIA	0,12	0,11	0,10	0,09	0,12
Aceros Arequipa	Aarequipa	INDUSTRIAL	0,04	0,06	0,03	0,02	0,02
Banco de Crédito	Bcrédito	BANCARIO	0,46	0,42	0,29	0,41	0,27
Graña Y Montero	Gmontero	DIVERSAS	0,06	0,06	0,06	0,05	0,05

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

#### 1. Cálculo de las Varianzas

Cálculo de las varianzas para el Portafolio N°1, con los dividendos cuadro N° 5.28.

$$\sigma_{ii}^2 = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p X_{ii}^2 - \frac{1}{p^2} \left( \sum_{k=1}^p X_{ii} \right)^2$$

$$\sigma_{11}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0.12)^2 + (0.11)^2 + (0.10)^2 + (0.09)^2 + (0.12)^2 \right] - \frac{1}{25} [0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12]^2$$

$$\sigma_{11}^2 = 0.00014$$

$$\sigma_{22}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0.04)^2 + (0.06)^2 + (0.03)^2 + (0.02)^2 + (0.02)^2 \right] - \frac{1}{25} [0.04 + 0.06 + 0.03 + 0.02 + 0.02]^2$$

$$\sigma_{22}^2 = 0.00022$$

$$\sigma_{33}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0.46)^2 + (0.42)^2 + (0.29)^2 + (0.41)^2 + (0.27)^2 \right] - \frac{1}{25} [0.46 + 0.42 + 0.29 + 0.41 + 0.27]^2$$

$$\sigma_{33}^2 = 0.00572$$

$$\sigma_{44}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0.06)^2 + (0.06)^2 + (0.06)^2 + (0.05)^2 + (0.05)^2 \right] - \frac{1}{25} [0.06 + 0.06 + 0.06 + 0.05 + 0.05]^2$$

$$\sigma_{44}^2 = 0.00002$$

La mayor varianza es 0.00572, dividendos bastante dispersos mayor riesgo y corresponde al Banco de Crédito, La menor varianza con 0.00002, corresponde a Graña Y Montero, menor dispersión, menor riesgo.

## 2. Cálculo de las Covarianzas

Calculo de las covarianzas para el Portafolio N°1, con los dividendos que se muestra en el cuadro N° 5.28

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p x_i x_j - \frac{1}{p^2} \left( \sum_{k=1}^p x_i \right) \left( \sum_{k=1}^p x_j \right)$$

$$\sigma_{12} = \frac{1}{5} [0.12 \times 0.04 + 0.11 \times 0.06 + 0.10 \times 0.03 + 0.09 \times 0.02 + 0.12 \times 0.02] - \frac{1}{25} [0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12] [0.04 + 0.06 + 0.03 + 0.02 + 0.02]$$

$$\sigma_{12} = 0.00005$$

El signo positivo indica, si los dividendos de la minera Volcan suben o bajan los dividendos de Aceros Arequipa también subirán o bajaran.

$$\sigma_{13} = \frac{1}{5} [0.12 \times 0.46 + 0.11 \times 0.42 + 0.10 \times 0.29 + 0.09 \times 0.41 + 0.12 \times 0.27] - \frac{1}{25} [0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12] [0.46 + 0.42 + 0.29 + 0.41 + 0.27]$$

$$\sigma_{13} = -0.00002$$

El signo negativo indica, si los dividendos de la minera Volcan suben los dividendos del Banco de Crédito bajan o si los dividendos de la minera Volcan bajan los dividendos del Banco de Crédito suben

$$\sigma_{14} = \frac{1}{5} [0.12 \times 0.55 + 0.11 \times 0.06 + 0.10 \times 0.06 + 0.09 \times 0.05 + 0.12 \times 0.05] - \frac{1}{25} [0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12] [0.55 + 0.06 + 0.06 + 0.05 + 0.05]$$

$$\sigma_{14} = 0.00001$$

El signo positivo indica, si los dividendos de la minera Volcan suben o bajan los dividendos de Graña Y Montero también subirán o bajaran.

$$\sigma_{23} = \frac{1}{5} [0.04 \times 0.46 + 0.06 \times 0.42 + 0.03 \times 0.29 + 0.02 \times 0.41 + 0.02 \times 0.27] - \frac{1}{25} [0.04 + 0.06 + 0.03 + 0.02 + 0.02] [0.46 + 0.42 + 0.29 + 0.41 + 0.27]$$

$$\sigma_{23} = 0.00060$$

El signo positivo indica, si los dividendos de Aceros Arequipa suben o bajan los dividendos de Banco de Crédito también subirán o bajaran.

$$\sigma_{24} = \frac{1}{5} [0.04 \times 0.55 + 0.06 \times 0.06 + 0.03 \times 0.06 + 0.02 \times 0.05 + 0.02 \times 0.05] - \frac{1}{25} [0.04 + 0.06 + 0.03 + 0.02 + 0.02] [0.55 + 0.06 + 0.06 + 0.05 + 0.05]$$

$$\sigma_{24} = 0.00006$$

El signo positivo indica, si los dividendos de Aceros Arequipa suben o bajan los dividendos de Graña Y Montero también subirán o bajaran.

$$\sigma_{34} = \frac{1}{5} [0.46 \times 0.55 + 0.42 \times 0.06 + 0.29 \times 0.06 + 0.41 \times 0.05 + 0.27 \times 0.05] - \frac{1}{25} [0.46 + 0.42 + 0.29 + 0.41 + 0.27] [0.55 + 0.06 + 0.06 + 0.05 + 0.05]$$

$$\sigma_{34} = 0.00012,$$

El signo positivo indica, si los dividendos del Banco del Crédito suben o bajan los dividendos de Graña Y Montero también subirán o bajaran.

### 3. Matriz de Varianzas y Covarianzas

De los resultados de 1 y 2 se tiene la siguiente matriz de varianzas y covarianzas:

$$M_1 = M_1^T = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & \sigma_{23} & \sigma_{24} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33}^2 & \sigma_{34} \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_{44}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.00014 & 0.00005 & -0.00002 & 0.00001 \\ 0.00005 & 0.00022 & 0.00060 & 0.00006 \\ -0.00002 & 0.00060 & 0.00572 & 0.00012 \\ 0.00001 & 0.00006 & 0.00012 & 0.00002 \end{pmatrix}$$

La matriz de varianzas y covarianzas se debe multiplicar por las variables y la respectiva traspuesta, para el caso del portafolio N° 1 las variables son: volcan, aarequipa, bcredito y gmontero.

### 4. Cálculo de la Rentabilidad de los Dividendos en Céntimos de Nuevo Sol

$$\text{volcan} = \frac{(0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12)}{5} = \text{S/} .0.11$$

$$\text{aarequipa} = \frac{(0.04 + 0.06 + 0.03 + 0.02 + 0.02)}{5} = \text{S/} .0.03$$

$$\text{bcredito} = \frac{(0.46 + 0.42 + 0.29 + 0.41 + 0.27)}{5} = \text{S/} .0.37$$

$$\text{gmontero} = \frac{(0.06 + 0.06 + 0.06 + 0.05 + 0.05)}{5} = \text{S/} .0.06$$

En este portafolio participan las empresas con mayor patrimonio neto El Banco de Crédito en promedio por año ofreció S/. 0.37 como mayor dividendo por acción, lo siguen Volcan, Graña Y Montero y Aceros Arequipa con S/.0.11, S/.0.06, S/.0.03 respectivamente

## 5. Interpretación de los Resultados con el Software Lingo Versión 11

Se resuelve los portafolios del Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros con el software Lingo Versión 11.

En todos los resultados aparece el mensaje "**Model is quadratic**" prueba que Lingo identifica el programa como un modelo de programación cuadrática.

### 5.1. Condiciones de Kuhn - Tucker

Cuando el modelo es cuadrático y se hace uso del software Lingo, este aplica directamente las condiciones de Kuhn - Tucker

### 5.2. Condiciones de No Negatividad

No es necesario introducir las condiciones de no negatividad, si las hubiera, ya que Lingo las considera por defecto

### 5.3. Objective Value (Función Objetivo)

La función Objetivo es el valor óptimo del problema, es decir el mejor valor cumpliéndose todas y cada una de las restricciones.

### 5.4. Columna Value

La columna Value (valor) contiene el valor óptimo de cada variable., es decir el recurso que se asigna a cada una de las variables.

### 5.5. Columna ReducetCost

La columna Reduced Cost (Costo Reducido) de una variable X, indica lo que empeoraría la función objetivo (es decir, disminuirá en un problema de maximizar o aumentará en un problema de minimizar), por cada unidad que aumente al término independiente de la restricción  $X \geq 0$ , es decir si  $X \geq 1$ .

### 5.6. Columna Slackor Surplus

La columna Slackor Surplus (Holgura o Excedente), muestra que tan cerca se está de satisfacer una restricción como una igualdad. En restricciones de menor o igual, se denomina generalmente holgura. En restricciones de mayor o igual se la llama excedente.

### 5.7. Dual Price

La columna Dual Price (Precio Sombra) se puede interpretar como la cantidad en que la función objetivo mejorará o empeora, si el término independiente de la restricción (lado derecho de la restricción) se incrementa o disminuye en una unidad. Cada Dual Price está asociado a una restricción del problema.

Se incrementa una unidad cuando es  $\leq$ , Se disminuye una unidad cuando es  $\geq$

## 6. Solución del Portafolio N° 1 con el Software Lingo

1. La escritura del modelo para lingo es la siguiente:

```

MIN=0.00014*volcan^2+0.00022*aarequipa^2+0.00572*bcredito^2+0.00002*
gmontero^2

+0.00005*volcan*aarequipa-0.00002*volcan*bcredito+0.00001*volcan*gmontero
+0.00060*aarequipa*bcredito+0.00006*aarequipa*gmontero+0.00012*bcredito*
gmontero

+0.00005*aarequipa*volcan-0.00002*bcredito*volcan+0.00001*gmontero*volcan
+0.00060*bcredito*aarequipa+0.000006*gmontero*aarequipa+0.00012*gmontero*
bcredito;

0.11*volcan+0.03*aarequipa+0.37*bcredito+0.06*gmontero ≥ 5000;

Volcán +aarequipa + bcredito + gmontero = 50000;

```

2. Solución

Model is quadratic.

Global optimal solution found.

Objective value: 152957.50

Total solver iterations: 8

	Variable	Value	Reduced Cost
F1)	VOLCAN	24209.20	0.000000
F2)	AAREQUIPA	0.000000	8.055933
F3)	BCREDITO	2546.90	0.000000
F4)	GMONTERO	23243.90	0.000000

	Row	Slack or Surplus	Dual Price
F5)	1	152957.50	-1.000000
F6)	2	0.000000	-102.3276
F7)	3	0.000000	4.114459



### 5.1.3.5.1. Análisis e Interpretación del Portafolio N°1

#### 1. Función Objetivo

El valor objetivo es 152957.50 y es el valor óptimo del portafolio N° 1, es decir el mejor valor cumpliéndose todas y cada una de las restricciones.

#### 2. Columnas Value y Reduced Cost

F1).Invertir en la variable VOLCAN S/24209.20 (Value), su Reduced Cost es cero, indica que la función objetivo encontró su valor óptimo y ya no mejora.

F2).No invertir en la variable AAREQUIPA S/. 0.00000 (Value), su Reduced Cost es 8.055933 indica que por cada S/.1 que se quiera invertir en las acciones comunes de AAREQUIPA la función objetivo aumentara en 8.055933, lo que significa mayor riesgo.

F3).Invertir en la variable BCREDITO S/. 2546.904 (Value), su Reduced Cost es cero, indica que la función objetivo encontró su valor óptimo y ya no mejora.

F4).Invertir en la variable GMONTERO S/. 23243.90 (Value), su Reduced Cost es cero, indica que la función objetivo encontró su valor optimo y ya no mejora.

#### 3. Columnas Slack or Surplus y Dual Price

F5).En la columna Slack se tiene la función objetivo 152957.5, el Dual Price - 1.000000, indica lo que mejora o empeora esta función objetivo, por cada unidad que se disminuya al término independiente de las restricciones.

#### F6).Restricción de Rentabilidad

Reemplazando los valores óptimos de las variables en la restricción de rentabilidad se tiene:

$$0.11*volcan+0.03*aarequipa+0.37*bcredito+0.06*gmontero \geq 5000$$

$$0.11*24209.20+0.03*0.000000+0.37*2546.90+0.06*23243.90 \geq 5000$$

$$5000 = 5000$$

$$\text{Slack or Surplus} = 0.000000$$

Los dividendos que pagan estas empresas por sus acciones se distribuyen satisfactoriamente Lo que permitirá obtener una rentabilidad exactamente de S/.5, 000

Su Dual Prices es -102.3276, indica, si en lugar de tener una rentabilidad de 5,000, se tuviera una rentabilidad de 4,999 la función objetivo disminuye en -102.3276 lo que significa menor riesgo.

#### F7).Restricción de Inversión

Reemplazando los valores óptimos de las variables en la restricción de inversión tiene:

$$\text{Volcán} + a\text{arequipa} + b\text{credito} + g\text{montero} \geq 50,000$$

$$24209.20 + 0.000000 + 2546.904 + 23243.90 \geq 50,000$$

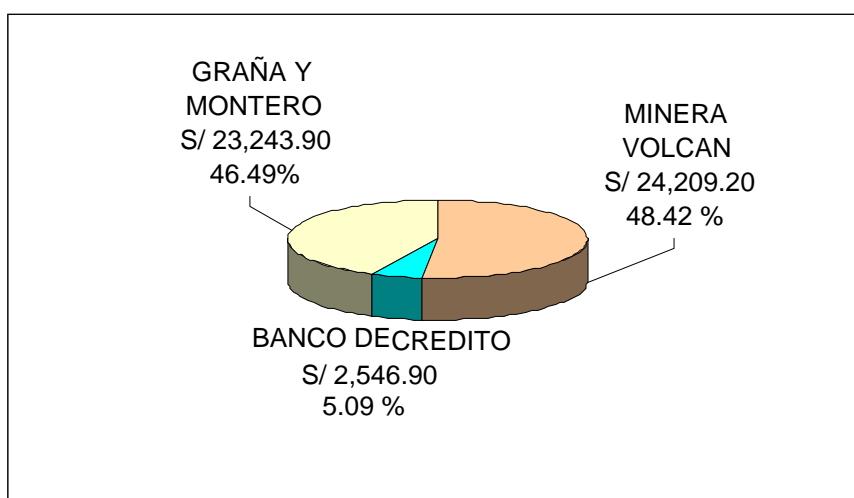
$$50,000 = 50,000$$

$$\text{Slack or Surplus} = 0.000000$$

La inversión de S/. 50,000 se distribuye satisfactoriamente entre las empresas que forman este portafolio. Su Dual Prices es 4.114459, indica, si en lugar de invertir 50,000 se invierte 49,999, la función objetivo aumenta en 4.114459 lo que significa mayor riesgo.

El portafolio relacionado con el patrimonio neto indica invertir en las empresas: Graña Y Montero, Volcan y Banco de Crédito en las cantidades que se indican en el gráfico N° 5.13

**GRÁFICO N° 5.13**  
**INVERSIONES EN EL PORTAFOLIO N° 1**  
**PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA - PATRIMONIO**



Preparación propia

## 8. Coeficientes de Correlación del Portafolio N°1

Los valores cercanos a -1 de los coeficientes de correlación, indican una buena reducción del riesgo.

La inversión sin riesgo solo ocurre cuando la correlación entre los portafolios es perfectamente negativa es decir  $r = -1$ . Para realizar los cálculos se utiliza la siguiente

$$\text{fórmula: } r_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j} = \frac{\text{Cov}(i,j)}{\sigma_i \times \sigma_j}$$

Dónde:

$\sigma_{ij}$  Es la covarianza entre los dividendos i, j

$\sigma_i$  Es la desviación estándar del dividendo i

$\sigma_j$  Es la desviación estándar del dividendo j

$$\text{Volcan/B.Credito} = \frac{\sigma_{13}}{\sigma_{11}\sigma_{33}} = \frac{-0.00002}{0.01183 \times 0.07563} = -0.02 = 2\%$$

El signo negativo indica una correlación inversa, mientras los dividendos de Volcan aumentan los dividendos del Banco de Crédito disminuyen, o si los dividendos de Volcan disminuyen los dividendos del Banco de Crédito aumentan en una proporción del 2 %.

$$\text{Volcan/G.Montero} = \frac{\sigma_{14}}{\sigma_{11}\sigma_{44}} = \frac{0.00001}{0.01183 \times 0.19804} = 0.004 = 0.4\%$$

El signo positivo indica una correlación en la misma dirección, mientras los dividendos de Volcan aumentan o disminuyen, también los dividendos de Graña Y Montero aumentan o disminuyen en una proporción del 0.4 %.

$$\text{Crédito/G.Montero} = \frac{\sigma_{34}}{\sigma_{33}\sigma_{44}} = \frac{0.00012}{0.07563 \times 0.19804} = 0.008 = 0.8\%$$

El signo positivo indica una correlación en la misma dirección, mientras los dividendos del Banco de Crédito aumentan o disminuyen, también los dividendos de Graña Y Montero aumentan o disminuyen en una proporción del 0.8%.

### 5.1.3.6. Solución del Portafolio N° 2 Programación Cuadrática – Ganancias y Pérdidas

Las empresas mejores ubicadas con respecto a las Ganancias y Pérdidas, y los dividendos por sus acciones comunes se muestran en el cuadro 5.29.

**CUADRO N° 5.29**  
**EMPRESAS MEJOR UBICADAS CON RESPECTO A LAS GANANCIAS Y PÉRDIDAS**  
**DIVIDENDOS EN CÉNTIMOS DE NUEVO SOL**  
**PERIODO (2006 – 2010)**

EMPRESAS	VARIABLES	SECTOR	2006	2007	2008	2009	2010
Minera Volcan	Volcán	MINERIA	0,12	0,11	0,10	0,09	0,12
Cementos Lima	Clima	INDUSTRIAL	0,46	0,81	0,60	0,16	0,18
Banco de Crédito	Bcredito	BANCARIO	0,46	0,42	0,29	0,41	0,27
Ferreyros	Ferreyros	DIVERSAS	0,06	0,11	0,13	0,06	0,07

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

#### 1. Cálculo de las Varianzas

$$\sigma_{ii}^2 = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p X_{ii}^2 - \frac{1}{p^2} \left( \sum_{k=1}^p X_{ii} \right)^2$$

$$\sigma_{11}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0.12)^2 + (0.11)^2 + (0.10)^2 + (0.09)^2 + (0.12)^2 \right] - \frac{1}{25} [0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12]^2$$

$$\sigma_{11}^2 = 0.00014$$

$$\sigma_{22}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0.46)^2 + (0.81)^2 + (0.60)^2 + (0.16)^2 + (0.18)^2 \right] - \frac{1}{25} [0.46 + 0.81 + 0.60 + 0.16 + 0.18]^2$$

$$\sigma_{22}^2 = 0.06178$$

$$\sigma_{33}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0.46)^2 + (0.42)^2 + (0.29)^2 + (0.41)^2 + (0.27)^2 \right] - \frac{1}{25} [0.46 + 0.42 + 0.29 + 0.41 + 0.27]^2$$

$$\sigma_{33}^2 = 0.00572$$

$$\sigma_{44}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0.06)^2 + (0.11)^2 + (0.13)^2 + (0.06)^2 + (0.07)^2 \right] - \frac{1}{25} [0.06 + 0.11 + 0.13 + 0.06 + 0.07]^2$$

$$\sigma_{44}^2 = 0.00082$$

La mayor varianza es 0.06178 y corresponde a Cementos Lima, los dividendos son bastante dispersos, mayor riesgo. La varianza 0.00002, corresponde a la minera Volcan, menor dispersión de dividendos, menor riesgo.

## 2. Cálculo de las Covarianzas

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p x_i x_j - \frac{1}{p^2} \left( \sum_{k=1}^p x_i \right) \left( \sum_{k=1}^p x_j \right)$$

$$\sigma_{12} = \frac{1}{5} [0.12 \times 0.46 + 0.11 \times 0.81 + 0.10 \times 0.60 + 0.09 \times 0.16 + 0.12 \times 0.18] - \frac{1}{25} [0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12] [0.46 + 0.81 + 0.60 + 0.16 + 0.18]$$

$$\sigma_{12} = 0.00032$$

El signo positivo indica, si los dividendos de la minera Volcan suben o bajan los dividendos de Cementos Lima también subirán o bajaran

$$\sigma_{13} = \frac{1}{5} [0.12 \times 0.46 + 0.11 \times 0.42 + 0.10 \times 0.29 + 0.09 \times 0.41 + 0.12 \times 0.27] - \frac{1}{25} [0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12] [0.46 + 0.42 + 0.29 + 0.41 + 0.27]$$

$$\sigma_{13} = -0.00002$$

El signo negativo indica, si los dividendos de la minera Volcan suben los dividendos del Banco de Crédito bajan, o si los dividendos de la minera Volcan bajan los dividendos del Banco de Crédito suben.

$$\sigma_{14} = \frac{1}{5} [0.12 \times 0.06 + 0.11 \times 0.11 + 0.10 \times 0.13 + 0.09 \times 0.06 + 0.12 \times 0.07] - \frac{1}{25} [0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12] [0.06 + 0.11 + 0.13 + 0.06 + 0.07]$$

$$\sigma_{14} = -0.00007$$

El signo negativo indica, si los dividendos de la minera Volcan suben los dividendos de Ferreyros bajan o si los dividendos de la minera Volcan bajan los dividendos de Ferreyros suben.

$$\sigma_{23} = \frac{1}{5} [0.46 \times 0.46 + 0.81 \times 0.42 + 0.60 \times 0.29 + 0.16 \times 0.41 + 0.18 \times 0.27] - \frac{1}{25} [0.46 + 0.81 + 0.60 + 0.16 + 0.18] [0.46 + 0.42 + 0.29 + 0.41 + 0.27]$$

$$\sigma_{23} = 0.00446$$

El signo positivo indica, si los dividendos de Cementos Lima suben o bajan los dividendos del Banco de Crédito también subirán o bajaran.

$$\sigma_{24} = \frac{1}{5} [0.46 \times 0.06 + 0.81 \times 0.11 + 0.60 \times 0.13 + 0.16 \times 0.06 + 0.18 \times 0.07] - \frac{1}{25} [0.46 + 0.81 + 0.60 + 0.16 + 0.18] [0.06 + 0.11 + 0.13 + 0.06 + 0.07]$$

$$\sigma_{24} = 0.00537$$

El signo positivo indica, si los dividendos de Cementos Lima suben o bajan los dividendos de Ferreyros también subirán o bajaran.

$$\sigma_{34} = \frac{1}{5} [0.46 \times 0.06 + 0.42 \times 0.11 + 0.29 \times 0.13 + 0.41 \times 0.06 + 0.27 \times 0.07] - \frac{1}{25} [0.46 + 0.42 + 0.29 + 0.41 + 0.27] [0.06 + 0.11 + 0.13 + 0.06 + 0.07]$$

$$\sigma_{34} = -0.00082$$

El signo negativo indica, si los dividendos del Banco de Crédito suben, los dividendos de Ferreyros bajan, o si los dividendos del Banco de Crédito bajan, los dividendos de Ferreyros suben.

### 3. Matriz de Varianzas y Covarianzas

De los resultados de 1 y 2 se tiene la siguiente matriz de varianzas y covarianzas:

$$M_2 = M_2^T = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & \sigma_{23} & \sigma_{24} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33}^2 & \sigma_{34} \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_{44}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.00014 & 0.00032 & -0.00002 & -0.00007 \\ 0.00032 & 0.06178 & 0.00446 & 0.00537 \\ -0.00002 & 0.00446 & 0.00572 & -0.00082 \\ -0.00007 & 0.00537 & -0.00082 & 0.00082 \end{pmatrix}$$

### 4. Cálculo de la Rentabilidad de los Dividendos en Céntimos de Nuevo Sol

$$\text{volcan}_1 = \frac{(0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12)}{5} = 0.11$$

$$\text{clima}_4 = \frac{(0.46 + 0.81 + 0.60 + 0.16 + 0.18)}{5} = 0.44$$

$$\text{bcredito}_6 = \frac{(0.46 + 0.42 + 0.29 + 0.41 + 0.27)}{5} = 0.37$$

$$\text{ferreyros}_7 = \frac{(0.06 + 0.11 + 0.13 + 0.06 + 0.07)}{5} = 0.09$$

En este portafolio donde participan las empresas con respecto a las ganancias o pérdidas, la empresa que ofreció los mejores dividendos por acción en el periodo (2006- 2010) fue Cementos Lima con S/.0.44, lo siguen el Banco de Crédito, Volcan y Ferreyros con S/. 0.37, S/.0.11 y S/. 0.09 respectivamente.

## 5. Solución del Portafolio N° 2 con el Software Lingo

1. La escritura del modelo para lingo es la siguiente:

```

MIN=0.00014*volcan^2+0.06178*clima^2+0.00572*bcredito^2+0.00082*ferreyros^2
+0.00032*volcan*clima-0.00002*volcan*bcredito-0.00007*volcan*ferreyros
+0.00446*clima*bcredito+0.00537*clima*ferreyros-0.00082*bcredito*ferreyros
+0.00032*clima*volcan-0.00002*bcredito*volcan-0.00007*ferreyros*volcán
+0.00446*bcredito*clima+0.00537*ferreyros*clima-0.00082*ferreyros*bcredito;

0.11*volcan+0.44*clima+0.37*bcredito+0.09*ferreyros≥5000;
volcan+clima+bcredito+ferreyros=50000;

```

2. Solución

Model is quadratic.

Global optimal solution found.

Objective value: 216491.60

Total solver iterations: 7

	Variable	Value	Reduced Cost
F1)	VOLCAN	36703.63	0.000000
F2)	CLIMA	0.000000	153.190
F3)	BCREDITO	2441.42	0.000000
F4)	FERREYROS	10854.95	0.000000

	Row	Slack or Surplus	Dual Price
F5)	1	216491.60	-1.000000
F6)	2	917.67	0.000000
F7)	3	0.000000	-8.659666

### 5.1.3.6.1. Análisis e Interpretación del Portafolio N° 2

#### 1. Función Objetivo

El valor objetivo es 216491.60 y es el valor óptimo del portafolio N° 2, es decir el mejor valor cumpliéndose todas y cada una de las restricciones.

#### 2. Columnas Value y Reduced Cost

F1)1Invertir en la variable VOLCAN S/.36703.63 (Value), su Reduced Cost es cero, indica que la función objetivo encontró su valor óptimo y ya no mejora.

F2).No invertir en la variable CLIMA S/. 0.00000 (Value), su Reduced Cost es 153.1903, indica que por cada S/.1 que se quiera invertir en las acciones comunes de AAREQUIPA la función objetivo aumentara en 153.1903, lo que significa mayor riesgo.

F3).Invertir en la variable BCREDITO S/. 2441.43 (Value), su Reduced Cost es cero, indica que la función objetivo encontró su valor óptimo y ya no mejora.

F4). Invertir en la variable FERREYROS S/. 10854.95 (Value), su Reduced Cost es cero, indica que la función objetivo encontró su valor optimo y ya no mejora.

#### 3. Columnas Slack or Surplus y Dual Price

F5).En la columna Slack se tiene la función objetivo 216491.60, el Dual Price - 1.000000, indica lo que mejora o empeora esta función objetivo, por cada unidad que se disminuya el término independiente de las restricciones

#### F6).Restricción de Rentabilidad

Reemplazando los valores óptimos de las variables en la restricción de rentabilidad se tiene:

$$0.11*\text{volcan}+0.44*\text{clima}+0.37*\text{bcredito}+0.09*\text{ferreyros} \geq 5000$$

$$0.11*36703.63+0.44*0.000000+0.37*2441.42+0.09*10854.95 \geq 5000$$

$$5917.67 = 5000$$

$$5917.67 - 5000 = 917.67$$

$$\text{Slack or Surplus} = 917.67$$

Los dividendos se han distribuido de tal manera que la rentabilidad es mayor que 5, 000, es decir es  $5,000+917.67=$  S/. 5917.67. Su Dual Price es cero, indica que la función objetivo encontró su valor optimo, si aumentamos la rentabilidad en una unidad, la solución será la misma.



### F7). Restricción de inversión

Reemplazando los valores óptimos de las variables en la restricción de inversión tiene:

$$\text{Volcán} + \text{clima} + \text{bcredito} + \text{ferreyros} \geq 50,000$$

$$36703.63 + 0.000000 + 2441.42 + 10854.95 \geq 50,000$$

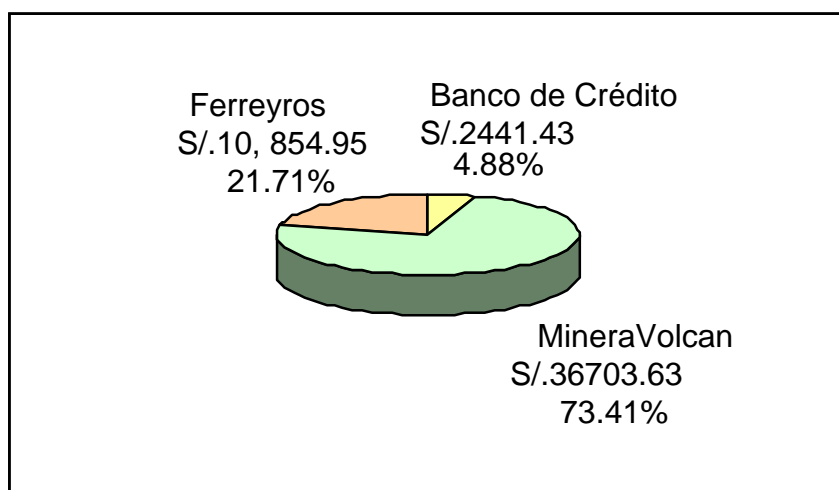
$$50,000 = 50,000$$

$$\text{Slack or Surplus} = 0.000000$$

La inversión de S/. 50,000 se distribuye satisfactoriamente entre las empresas que forman este portafolio. Su Dual Prices es  $-8.659666$ , indica, si en lugar de tener un valor de 50,000 de rentabilidad, tuviéramos un valor de 49,999, la función objetivo disminuye en  $-8.659666$  lo que significa menor riesgo.

El portafolio relacionado con las ganancias y pérdidas indica invertir en las empresas: Ferreyros, Banco de Crédito y Volcan, en las cantidades que se indican en el gráfico N° 5.14

**GRÁFICO N° 5.14**  
**INVERSIONES EN EL PORTAFOLIO N° 2**  
**PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA – GANANCIAS Y PÉRDIDAS**



Preparación propia

## 1. Coeficientes de Correlación del Portafolio Nº 2

$$\text{Volcan / B.Credito} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12} \times \sigma_{33}} = \frac{-0.00002}{0.01183 \times 0.07563} = -0.02 = 2\%$$

El signo negativo indica una correlación inversa, mientras los dividendos de Volcan suben los dividendos del Banco de Crédito bajan, o si dividendos de Volcan bajan los dividendos del Banco de Crédito suben en una proporción del 2%.

$$\text{Volcan / Ferreyros} = \frac{\sigma_{14}}{\sigma_{12} \times \sigma_{44}} = \frac{-0.00007}{0.01183 \times 0.02863} = -0.21 = 21\%$$

El signo negativo indica una correlación inversa, mientras los dividendos de Volcan suben los dividendos de Ferreyros bajan, o si los, dividendos de Volcan bajan los dividendos de Ferreyros suben en una proporción del 21%.

$$\text{B.Credito / Ferreyros} = \frac{\sigma_{34}}{\sigma_{33} \times \sigma_{44}} = \frac{-0.00082}{0.0756 \times 0.0286} = -0.38 = 38\%$$

El signo negativo indica una correlación inversa, mientras los dividendos del Banco de Crédito suben los dividendos de Ferreyros bajan, o si dividendos del Banco de Crédito bajan los dividendos de Ferreyros suben en una proporción del 38%.

### 5.1.3.7. Solución del Portafolio N° 3 Programación Cuadrática - Precio/Beneficio

Las empresas mejores ubicadas con respecto al Precio/Beneficio (PER) y los dividendos por sus acciones comunes se muestran en el cuadro 5.30.

**CUADRO N° 5.30**  
**EMPRESAS MEJOR UBICADAS CON RESPECTO AL PRECIO/BENEFICIO (PER)**  
**DIVIDENDOS EN CÉNTIMOS DE NUEVO SOL**  
**PERIODO (2006 – 2010)**

EMPRESAS	VARIABLES	SECTOR	2006	2007	2008	2009	2010
Minera Volcan	Volcán	MINERIA	0,12	0,11	0,10	0,09	0,12
Aceros Arequipa	aarequipa	INDUSTRIAL	0,04	0,06	0,03	0,02	0,02
Banco Continental	bcontinental	BANCARIO	0,33	0,46	0,56	0,33	0,32
Ferreyros	Ferreyros	DIVERSAS	0,06	0,11	0,13	0,06	0,07

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

#### 1. Calculo de las Varianzas

$$\sigma_{ii}^2 = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p X_{ii}^2 - \frac{1}{p^2} \left( \sum_{k=1}^p X_{ii} \right)^2$$

$$\sigma_{11}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0,12)^2 + (0,11)^2 + (0,10)^2 + (0,09)^2 + (0,12)^2 \right] - \frac{1}{25} [0,12 + 0,11 + 0,10 + 0,09 + 0,12]^2$$

$$\sigma_{11}^2 = 0.00014$$

$$\sigma_{22}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0,04)^2 + (0,06)^2 + (0,03)^2 + (0,02)^2 + (0,02)^2 \right] - \frac{1}{25} [0,04 + 0,06 + 0,03 + 0,02 + 0,02]^2$$

$$\sigma_{22}^2 = 0.00022$$

$$\sigma_{33}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0,33)^2 + (0,46)^2 + (0,56)^2 + (0,33)^2 + (0,32)^2 \right] - \frac{1}{25} [0,33 + 0,46 + 0,56 + 0,33 + 0,32]^2$$

$$\sigma_{33}^2 = 0.00908$$

$$\sigma_{44}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0,06)^2 + (0,11)^2 + (0,13)^2 + (0,06)^2 + (0,07)^2 \right] - \frac{1}{25} [0,06 + 0,11 + 0,13 + 0,06 + 0,07]^2$$

$$\sigma_{44}^2 = 0.00082$$

La mayor varianza es 0.00908 y corresponde al Banco Continental, es decir los dividendos que pagaron por sus acciones comunes, en el periodo (2006-2010) son bastante dispersos, mayor riesgo. La varianza 0.00014, corresponde a la minera Volcan, menor dispersión, menor riesgo.

## 2. Cálculo de las Covarianzas

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p x_i x_j - \frac{1}{p^2} \left( \sum_{k=1}^p x_i \right) \left( \sum_{k=1}^p x_j \right)$$

$$\sigma_{12} = \frac{1}{5} [0.12 \times 0.04 + 0.11 \times 0.06 + 0.10 \times 0.03 + 0.09 \times 0.02 + 0.12 \times 0.02] - \frac{1}{25} [0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12] [0.04 + 0.06 + 0.03 + 0.02 + 0.02]$$

$$\sigma_{12} = 0.00005$$

El signo positivo indica, si los dividendos de la minera Volcan suben o bajan los dividendos de Aceros Arequipa también subirán o bajarán.

$$\sigma_{13} = \frac{1}{5} [0.12 \times 0.33 + 0.11 \times 0.46 + 0.10 \times 0.56 + 0.09 \times 0.33 + 0.12 \times 0.32] - \frac{1}{25} [0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12] [0.33 + 0.46 + 0.56 + 0.33 + 0.32]$$

$$\sigma_{13} = -0.00034$$

El signo negativo indica, si los dividendos de la minera Volcan suben los dividendos del Banco Continental bajan, o si los dividendos de la minera Volcan bajan los dividendos del Banco Continental suben

$$\sigma_{14} = \frac{1}{5} [0.12 \times 0.06 + 0.11 \times 0.11 + 0.10 \times 0.13 + 0.09 \times 0.06 + 0.12 \times 0.07] - \frac{1}{25} [0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12] [0.06 + 0.11 + 0.13 + 0.06 + 0.07]$$

$$\sigma_{14} = -0.00007$$

El signo negativo indica, si los dividendos de la minera Volcan suben, los dividendos de Ferreyros bajan,

o si los dividendos de la minera Volcan bajan los dividendos de Ferreyros suben.

$$\sigma_{23} = \frac{1}{5} [0.04 \times 0.33 + 0.06 \times 0.46 + 0.03 \times 0.56 + 0.02 \times 0.33 + 0.02 \times 0.32] - \frac{1}{25} [0.04 + 0.06 + 0.03 + 0.02 + 0.02] [0.33 + 0.46 + 0.56 + 0.33 + 0.32]$$

$$\sigma_{23} = 0.00052$$

El signo positivo indica, si los dividendos de Aceros Arequipa suben o bajan los dividendos del Banco Continental también subirán o bajarán.

$$\sigma_{24} = \frac{1}{5} [0.04 \times 0.06 + 0.06 \times 0.11 + 0.03 \times 0.13 + 0.02 \times 0.06 + 0.02 \times 0.07] - \frac{1}{25} [0.04 + 0.06 + 0.03 + 0.02 + 0.02] [0.06 + 0.11 + 0.13 + 0.06 + 0.07]$$

$$\sigma_{24} = 0.00018$$

El signo positivo indica, si los dividendos de Aceros Arequipa suben o bajan los dividendos de Ferreyros también subirán o bajarán.

$$\sigma_{34} = \frac{1}{5} [0.33 \times 0.06 + 0.46 \times 0.11 + 0.56 \times 0.13 + 0.33 \times 0.06 + 0.32 \times 0.07] - \frac{1}{25} [0.33 + 0.46 + 0.56 + 0.33 + 0.32] [0.06 + 0.11 + 0.13 + 0.06 + 0.07]$$

$$\sigma_{34} = 0.00268$$

El signo positivo indica, si los dividendos del Banco Continental suben o bajan los dividendos de Ferreyros también subirán o bajarán

### 3. Matriz de Varianzas y Covarianzas

De los resultados de 1 y 2 se tiene la siguiente matriz de varianzas y covarianzas:

$$M_3 = M_3^T = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & \sigma_{23} & \sigma_{24} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33}^2 & \sigma_{34} \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_{44}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.00014 & 0.00005 & -0.00002 & -0.00007 \\ 0.00005 & 0.00022 & 0.00052 & 0.00018 \\ -0.00002 & 0.00052 & 0.00908 & 0.00268 \\ -0.00007 & 0.00018 & 0.00268 & 0.00082 \end{pmatrix}$$

### 4. Cálculo de la Rentabilidad de los Dividendos en Céntimos de Nuevo Sol

$$\text{volcan}_1 = \frac{(0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12)}{5} = S/.011$$

$$\text{aarequipa}_2 = \frac{(0.04 + 0.06 + 0.03 + 0.02 + 0.02)}{5} = S/.03$$

$$\text{bcontinental}_3 = \frac{(0.33 + 0.46 + 0.56 + 0.33 + 0.32)}{5} = S/.40$$

$$\text{ferreyros}_4 = \frac{(0.06 + 0.11 + 0.13 + 0.06 + 0.07)}{5} = S/.09$$

En este portafolio donde participan las empresas con respecto al precio beneficio (PER) La empresa que ofreció el mejor dividendo fue el Banco Continental con S/.0.40, lo siguen, Volcan, Ferreyros y Aceros Arequipa, con S/. 0.11, S/.0.09 y S/.0.03 respectivamente.

## 5. Solución del Portafolio Nº 3 con el Software Lingo

1. La escritura del modelo para lingo es la siguiente:

```
MIN=0.000014*volcan^2+0.00022*aarequipa^2+0.00908*bcontinental^2+0.00082*
ferreyros^2
+0.00005*volcan*aarequipa-0.00034*volcan*bcontinental-0.00007*volcan*
ferreyros+0.00052*aarequipa*bcontinental+0.00018*aarequipa*ferreyros+
0.00268*bcontinental*ferreyros+0.00005*aarequipa*volcan-0.000034*
bcontinental*volcan-0.00007*ferreyros*volcan+0.00052*bcontinental*
aarequipa+0.00018*ferreyros*aarequipa+0.00268*ferreyros*bcontinental;

0.11*volcan+0.03*aarequipa+0.40*bcontinental+0.09*ferreyros>=5000;
volcan+aarequipa+bcontinental+ferreyros=50000;
```

### 2. Solución

Model is quadratic

Global optimal solution found.

Objective value: 16889.12

Total solver iterations: 8

	Variable	Value	Reduced Cost
F1)	VOLCAN	45687.88	0.000000
F2)	AAREQUIPA	0.000000	5.445585
F3)	BCONTINENTAL	0.000000	5.350103
F4)	FERREYROS	4312.12	0.000000

	Row	Slack or Surplus	Dual Price
F5)	1	16889.12	-1.000000
F6)	2	413.7577	0.000000
F7)	3	0.000000	-0.6755647

### 5.1.3.7.1. Análisis e Interpretación del Portafolio N° 3

#### 1. Función Objetivo

El valor objetivo es 16889.12 y es el valor óptimo del portafolio N° 3, es decir el mejor valor cumpliéndose todas y cada una de las restricciones.

#### 2. Columnas Value y ReducedCost

F1).Invertir en la variable VOLCAN S/45687.88 (Value), su Reduced Cost es cero, indica que la función objetivo encontró su valor óptimo y ya no mejora.

F2).No invertir en la variable AAREQUIPA S/. 0.00000 (Value), su Reduced Cost es 5.445585, indica que por cada S/.1 que se quiera invertir en las acciones comunes de AAREQUIPA, la función objetivo aumentara en, 5.445585 lo que significa mayor riesgo.

F3).No invertir en la variable BCONTINENTAL S/. 0.00000 (Value), su Reduced Cost es 5.350103, indica que por cada S/.1 que se quiera invertir en las acciones comunes del BCONTINENTAL, función objetivo aumentara en 5.350103, lo que significa mayor riesgo.

F4).Invertir en la variable FERREYROS S/.4312.12 (Value), su Reduced Cost es cero, indica que la función objetivo encontró su valor optimo y ya no mejora.

#### 3. Columnas Slack or Surplus y Dual Price

F5).En la columna Slack se tiene la función objetivo 16889.12, el Dual Price - 1.000000, indica lo que mejora o empeora esta función objetivo, por cada unidad que se disminuya el término independiente de las restricciones.

#### F6).Restricción de Rentabilidad

Reemplazando los valores óptimos de las variables en la restricción de rentabilidad se tiene

$$0.11 \cdot \text{volcan} + 0.03 \cdot \text{aarequipa} + 0.40 \cdot \text{bcontinental} + 0.09 \cdot \text{ferreyros} \geq 5000$$

$$0.11 \cdot 45687.88 + 0.03 \cdot 0.000000 + 0.40 \cdot 0.000000 + 0.09 \cdot 4312.12 \geq 5000$$

$$5413.76 = 5000$$

$$5413.7577 - 5000 = 413.7577$$

$$\text{Slack or Surplus} = 413.7577$$

Los dividendos se han distribuido de tal manera que la rentabilidad es mayor que .5, 000, es decir es  $5,000+413.7577 = S/. 5413.7577$ . Su Dual Price es cero, indica que la función objetivo encontró su valor óptimo, si aumentamos la rentabilidad en una unidad la solución será la misma.

### F7).Restricción de Inversión

Reemplazando los valores óptimos de las variables en la restricción de inversión tiene

$$\text{volcan} + a\text{arequipa} + b\text{continental} + \text{ferreyros} \geq 50000$$

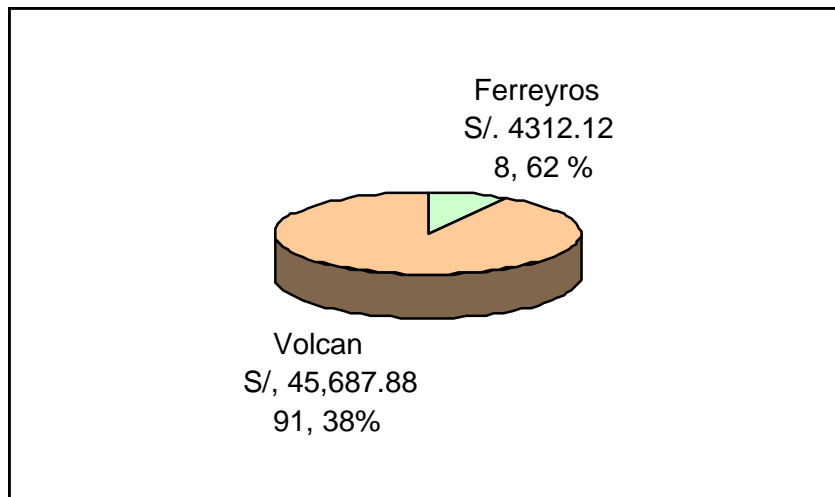
$$45687.88 + 0.000000 + 0.000000 + 4312.12 \geq 50,000$$

$$50,000 = 50,000$$

$$\text{Slack or Surplus} = 0.000000$$

La inversión de S/. 50,000 se distribuye satisfactoriamente entre las empresas que forman este portafolio. Su Dual Prices es  $-0.6755647$ , indica si en lugar de 50,000 de rentabilidad, tuviéramos una rentabilidad de 49,999, la función objetivo disminuye en  $-0.6755647$  menor riesgo. Invertir según el gráfico N° 5.15.

**GRÁFICO N° 5.15**  
**INVERSIONES EN EL PORTAFOLIO N° 3**  
**PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA - PRECIO/BENEFICIO (PER)**



Preparación propia

### 7. Coeficientes de Correlación del Portafolio N°3

$$\text{Volcan / Ferreyros} = \frac{\sigma_{14}}{\sigma_1 \times \sigma_4} = \frac{-0.00007}{0.01183 \times 0.02863} = -0.21 = 21\%$$

El signo negativo indica una correlación inversa, mientras los dividendos de Volcan suben los dividendos de Ferreyros bajan, o si los dividendos de Volcan bajan los dividendos de Ferreyros suben en una proporción de 21%.



### 5.1.3.8. Solución del Portafolio N° 4 Programación Cuadrática - Precio/Valor Contable

Las empresas mejores ubicadas con respecto al precio/valor contable y los dividendos por sus acciones comunes se muestran en el cuadro N° 5.31.

**CUADRO N° 5.31**  
**EMPRESAS MEJOR UBICADAS CON RESPECTO AL PRECIO/VALOR CONTABLE**  
**DIVIDENDOS EN CÉNTIMOS DE NUEVO SOL**  
**PERIODO (2006 – 2010)**

EMPRESAS	VARIABLES	SECTOR	2006	2007	2008	2009	2010
Ferreyros	ferreyros	DIVERSAS	0.06	0.11	0.13	0.06	0.07
Cementos Lima	clima	INDUSTRIAL	0.46	0.81	0.60	0.16	0.18
Banco de Crédito	bcredito	BANCARIO	0.46	0.42	0.29	0.41	0.27
Minera Volcan	volcan	MINERIA	0.12	0.11	0.10	0.09	0.12

Fuente Bolsa de Valores de Lima (BVL). Elaboración propia

#### 1. Cálculo de las Varianzas

$$\sigma_{ii}^2 = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p x_{ii}^2 - \frac{1}{p^2} \left( \sum_{k=1}^p x_{ii} \right)^2$$

$$\sigma_{11}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0.06)^2 + (0.11)^2 + (0.13)^2 + (0.06)^2 + (0.07)^2 \right] - \frac{1}{25} [0.06 + 0.11 + 0.13 + 0.06 + 0.07]^2$$

$$\sigma_{11}^2 = 0.00082$$

$$\sigma_{22}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0.46)^2 + (0.81)^2 + (0.60)^2 + (0.16)^2 + (0.18)^2 \right] - \frac{1}{25} [0.46 + 0.81 + 0.60 + 0.16 + 0.18]^2$$

$$\sigma_{22}^2 = 0.06178$$

$$\sigma_{33}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0.46)^2 + (0.42)^2 + (0.29)^2 + (0.41)^2 + (0.27)^2 \right] - \frac{1}{25} [0.46 + 0.42 + 0.29 + 0.41 + 0.27]^2$$

$$\sigma_{33}^2 = 0.00572$$

$$\sigma_{44}^2 = \frac{1}{5} \left[ (0.12)^2 + (0.11)^2 + (0.10)^2 + (0.09)^2 + (0.12)^2 \right] - \frac{1}{25} [0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12]^2$$

$$\sigma_{44}^2 = 0.00014$$

La mayor varianza es 0.06178, corresponde a Cementos Lima, es decir los dividendos que pagaron por sus acciones son bastante dispersos, mayor riesgo.

La menor varianza es 0.00014, corresponde a la minera Volcan, menor dispersión, menor riesgo.

## 2. Cálculo de las Covarianzas

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p x_i x_j - \frac{1}{p^2} \left( \sum_{k=1}^p x_i \right) \left( \sum_{k=1}^p x_j \right)$$

$$\sigma_{12} = \frac{1}{5} [0.06 \times 0.46 + 0.11 \times 0.81 + 0.13 \times 0.60 + 0.06 \times 0.16 + 0.07 \times 0.18] - \frac{1}{25} [0.06 + 0.11 + 0.13 + 0.06 + 0.07] [0.46 + 0.81 + 0.60 + 0.16 + 0.18]$$

$$\sigma_{12} = 0.00537$$

El signo positivo indica, si los dividendos de Ferreyros suben o bajan los dividendos de Cementos Lima también suben o bajan.

$$\sigma_{13} = \frac{1}{5} [0.06 \times 0.46 + 0.11 \times 0.42 + 0.13 \times 0.29 + 0.06 \times 0.41 + 0.07 \times 0.27] - \frac{1}{25} [0.06 + 0.11 + 0.13 + 0.06 + 0.07] [0.46 + 0.42 + 0.29 + 0.41 + 0.27]$$

$$\sigma_{13} = -0.00082$$

El signo negativo indica, si los dividendos de Ferreyros suben, los dividendos del Banco de Crédito bajan, o si los dividendos de Ferreyros bajan los dividendos del Banco de Crédito suben.

$$\sigma_{14} = \frac{1}{5} [0.06 \times 0.12 + 0.11 \times 0.11 + 0.13 \times 0.10 + 0.06 \times 0.09 + 0.07 \times 0.12] - \frac{1}{25} [0.06 + 0.11 + 0.13 + 0.06 + 0.07] [0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12]$$

$$\sigma_{14} = -0.00007$$

El signo negativo indica, si los dividendos de Ferreyros suben, los dividendos de la minera Volcan bajan, o si los dividendos de Ferreyros bajan, los dividendos de la minera Volcan suben.

$$\sigma_{23} = \frac{1}{5} [0.46 \times 0.46 + 0.81 \times 0.42 + 0.60 \times 0.29 + 0.16 \times 0.41 + 0.18 \times 0.27] - \frac{1}{25} [0.46 + 0.81 + 0.60 + 0.16 + 0.18] [0.46 + 0.42 + 0.29 + 0.41 + 0.27]$$

$$\sigma_{23} = 0.00446$$

El signo positivo indica, si los dividendos de Cementos Lima suben o bajan los dividendos del Banco de Crédito también suben o bajan.

$$\sigma_{24} = \frac{1}{5} [0.46 \times 0.12 + 0.81 \times 0.11 + 0.60 \times 0.10 + 0.16 \times 0.09 + 0.18 \times 0.12] - \frac{1}{25} [0.46 + 0.81 + 0.60 + 0.16 + 0.18] [0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12]$$

$$\sigma_{24} = 0.00032$$

El signo positivo indica, si los dividendos de Cementos Lima suben o bajan, los dividendos de la minera Volcan también suben o bajan.

$$\sigma_{34} = \frac{1}{5} [0.46 \times 0.12 + 0.42 \times 0.11 + 0.29 \times 0.10 + 0.41 \times 0.09 + 0.27 \times 0.12] - \frac{1}{25} [0.46 + 0.42 + 0.29 + 0.41 + 0.27] [0.12 + 0.11 + 0.10 + 0.09 + 0.12]$$

$$\sigma_{34} = -0.00002$$

El signo negativo indica, si los dividendos del Banco de Crédito suben, los dividendos de la minera Volcan bajan, o si los dividendos del Banco de Crédito bajan, los dividendos de la minera Volcan suben.

### 3. Matriz de Varianzas y Covarianzas

De los resultados de 1 y 2 se tiene la siguiente matriz de varianzas y covarianzas:

$$M_4 = M_4^T = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & \sigma_{23} & \sigma_{24} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33}^2 & \sigma_{34} \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_{44}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.00082 & 0.00537 & -0.00082 & -0.00007 \\ 0.00537 & 0.06178 & 0.00446 & 0.00032 \\ -0.00082 & 0.00446 & 0.00572 & -0.00002 \\ -0.00007 & 0.00032 & -0.00002 & 0.00014 \end{pmatrix}$$

### 4. Cálculo de la Rentabilidad de los Dividendos en Céntimos de Nuevo Sol

$$\text{ferreyros} = \frac{(0.06+0.11+0.13+0.06+0.07)}{5} = \text{S/}. 0.09$$

$$\text{clima} = \frac{(0.46+0.81+0.60+0.16+0.18)}{5} = \text{S/}. 0.44$$

$$\text{bcredito} = \frac{(0.46+0.42+0.29+0.41+0.27)}{5} = \text{S/}. 0.37$$

$$\text{volcan} = \frac{(0.12+0.11+0.10+0.09+0.12)}{5} = \text{S/}. 0.11$$

En este portafolio donde participan las empresas con respecto al Precio/Valor Contable, la empresa que ofreció el mejor dividendo fue Cementos Lima con S/.0.44, lo siguen, el Banco de Crédito, Volcan y Ferreyros con S/. 0.37, S/. 0.11 y S/. 0.09 respectivamente.

## 5. Solución del Portafolio N° 4 con el Software Lingo

1. La escritura del modelo para lingo es la siguiente:

```
MIN=0.00082*ferreyros^2+0.06178*clima^2+0.00572*bcredito^2+0.00014*volcan^2
+0.00537*ferreyros*clima-0.00082*ferreyros*bcredito-0.00007*ferreyros*
volcán+0.00446*clima*bcredito+0.00032*clima*volcan-0.00002*bcredito*volcán+
0.00537*clima*ferreyros-0.00082*bcredito*ferreyros-0.00007*volcan*ferreyros
+0.00446*bcredito*clima +0.00032*volcan*clima-0.00002*volcan*bcredito;

0.09*ferreyros+0.44*clima+0.37*bcredito+0.11*volcan>=5000;

ferreyros+clima+bcredito+volcan=50000;
```

2. Solución

Model is quadratic.

Global optimal solution found.

Objective value: 216491.6

Total solver iterations: 7

	Variable	Value	Reduced Cost
F1)	FERREYROS	10854.95	0.000000
F2)	CLIMA	0.000000	153.1903
F3)	BCREDITO	2441.427	0.000000
F4)	VOLCAN	36703.63	0.000000
	Row	Slack or Surplus	Dual Price
F5)	1	216491.6	-1.000000
F6)	2	917.6721	0.000000
F7)	3	0.000000	-8.659666

### 5.1.3.8.1. Análisis e Interpretación del Portafolio N° 4

#### 1. Función Objetivo

El valor objetivo es 216491.6y es el valor óptimo del portafolio N° 4, es decir el mejor valor cumpliéndose todas y cada una de las restricciones.

#### 2. Columnas Value y Reduced Cost

F1).Invertir en la variable FERREYROS S/.10854.95 (Value), su Reduced Cost es cero, indica que la función objetivo encontró su valor óptimo y ya no mejora.

F2).No invertir en la variable CLIMA S/. 0.00000 (Value), su Reduced Cost es 153.1903, indica que por cada S/.1 que se quiera invertir en las acciones comunes de CLIMA, la función objetivo aumentara en153.1903, lo que significa mayor riesgo.

F3).Invertir en la variable BCREDITO S/. 2441.427 (Value), su Reduced Cost es cero, indica que la función objetivo encontró su valor óptimo y ya no mejora.

F4).Invertir en la variable VOLCAN S/.36703.53 (Value), su Reduced Cost es cero, indica que la función objetivo encontró su valor optimo y ya no mejora.

#### 3. Columnas Slack or Surplus y Dual Price

F5).En la columna Slack se tiene la función objetivo es 16889.12, el Dual Price - 1.000000, indica lo que mejora o empeora esta función objetivo, por cada unidad que se disminuya el término independiente de las restricciones.

#### F6).Restricción de Rentabilidad

Reemplazando los valores óptimos en la restricción de rentabilidad se tiene:

$$0.09 \cdot \text{ferreyros} + 0.44 \cdot \text{clima} + 0.37 \cdot \text{bcredito} + 0.11 \cdot \text{volcan} \geq 5000;$$

$$0.09 \cdot 10854.95 + 0.44 \cdot 0.000000 + 0.37 \cdot 2441.427 + 0.11 \cdot 36703.63 \geq 5000$$

$$5917.67279 = 5000$$

$$5917.67279 - 5000 = 917.6721$$

$$\text{Slack or Surplus} = 917.6721$$

Los dividendos se han distribuido de tal manera que la rentabilidad es mayor que .5, 000, es decir es  $5,000 + 917.6721 = S/. 5917.6721$ . Su Dual Price es cero, indica que la función objetivo encontró su valor óptimo, si aumentamos la rentabilidad en una unidad la solución será la misma.

### F7).Restricción de Inversión

Reemplazando los valores óptimos de las variables en la restricción de inversión tiene:

$$\text{ferreyros} + \text{clima} + \text{bcredito} + \text{volcan} \geq 50000$$

$$10854.95 + 0.000000 + 2441.427 + 26703.63 \geq 50,000$$

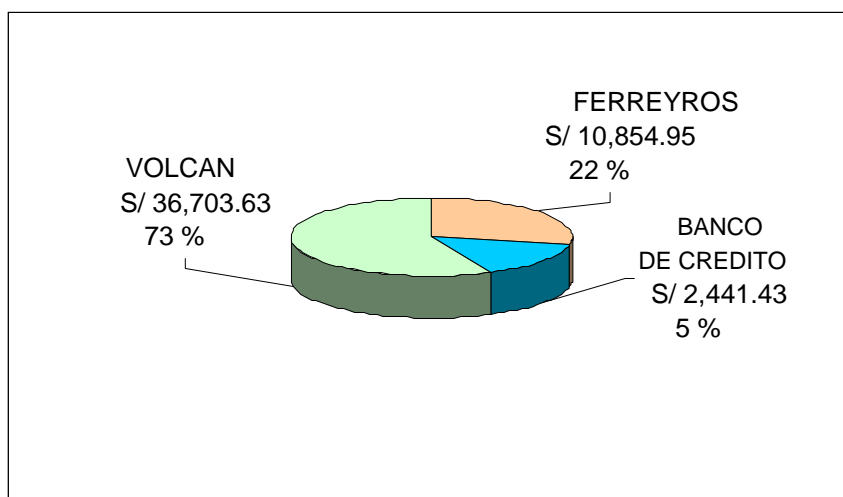
$$50.000 = 50,000$$

$$\text{Slack or Surplus} = 0.000000$$

La inversión de S/. 50,000 se distribuye satisfactoriamente entre las empresas que forman este portafolio. Su Dual Prices es  $-0.8659666$ , indica si en lugar de 50,000 de rentabilidad, tuviéramos una rentabilidad de 49,999, la función objetivo disminuye en  $-0.8659666$  lo que significa menor riesgo.

El portafolio queda conformado por las empresas Ferreyros, Banco de Crédito y Volcan, tal como se aprecia en el gráfico N° 5.16.

**GRÁFICO N° 5.16**  
**INVERSIONES EN EL PORTAFOLIO N° 4**  
**PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA – PRECIO/VALOR CONTABLE**



Preparación propia

## 1. Coeficientes de Correlación del Portafolio N° 4

$$\text{ferreyros / bcredito} = \frac{\sigma_{13}}{\sigma_{11} \times \sigma_{33}} = \frac{-0.00082}{0.02863 \times 0.07563} = -0.38 = 38\%$$

El signo negativo es una correlación en direcciones opuestas, mientras los dividendos de ferreyros suben los dividendos del Banco de Crédito bajan, o si los dividendos de ferreyros bajan los dividendos del Banco de Crédito suben en una proporción del 38 %

$$\text{ferreyros / volcan} = \frac{\sigma_{14}}{\sigma_{11} \times \sigma_{44}} = \frac{-0.00007}{0.02863 \times 0.01183} = -0.21 = 21\%$$

El signo negativo es una correlación en direcciones opuestas, mientras los dividendos de Ferreyros suben los dividendos de volcán bajan, o si los dividendos de Ferreyros bajan los dividendos de volcán suben en una proporción del 21 %

$$\text{bcredito / volcan} = \frac{\sigma_{34}}{\sigma_{33} \times \sigma_{44}} = \frac{-0.00002}{0.07563 \times 0.01183} = -0.02 = 2\%$$

El signo negativo es una correlación en direcciones opuestas, mientras los dividendos del Banco de Crédito suben los dividendos de volcán bajan, o si los dividendos del Banco de Crédito bajan los dividendos de volcán suben en una proporción del 21 %.

Este portafolio se indica invertir en las empresas Ferreyros, Banco de Crédito y Volcan.

### 5.1.3.9. Resumen del Análisis de los Portafolios

El resumen de cada portafolio es el siguiente:

1. El portafolio N° 1 está relacionado con el patrimonio neto, su desviación estándar es 391.09 (riesgo del portafolio), tercero en riesgo, invertir en las acciones de las empresas Volcán, Banco de Crédito y Graña Y Montero.

El signo negativo del coeficiente de correlación indica una leve relación del 2% entre los dividendos de Minera Volcan / Banco de Crédito.

El signo positivo de la correlación indica las tendencias de dividendos en un mismo sentido por lo tanto no se reduce el riesgo entre las correlaciones del Banco de Crédito/Graña Y Montero y Volcan / Graña Y Montero.

2. El Portafolio N° 2 está relacionado con las ganancias y pérdidas, su desviación estándar 465.28 (riesgo del portafolio), segundo en riesgo, invertir en las acciones de las empresas Volcan, Banco de Crédito y Ferreyros. El signo negativo en las correlaciones entre las tres empresas ayuda a reducir el riesgo, siendo la más importante la relación entre Banco de Crédito/Ferreyros con 38 %.

3. El portafolio N° 3 relacionado con el ratio precio/beneficio (PER), su desviación estándar 129.96 (riesgo del portafolio), menor riesgo de los cuatro portafolios, invertir solamente en las acciones de Volcan y Ferreyros.

El signo negativo en las correlaciones entre las empresas ayuda a reducir el riesgo, en este caso hay una sola relación entre Volcan/Ferreyros con 21 %.

Si los dividendos de Volcan suben los dividendos de Ferreyros bajan o si los dividendos de Volcan bajan los dividendos de Ferreyros suben, esto compensa el riesgo.

4.El portafolio N°4 relacionado con precio/valor contable, es igual al portafolio N° 2 relacionado con ganancias y pérdidas, es decir optimizan para las mismas empresas; Ferreyros, Banco de Crédito y Volcan, estos portafolios tienen dos ratios a su favor; son los mejores con respecto a las ganancias y tienen las acciones más baratas. El portafolio N° 4 tiene como desviación estándar 465.29 (riesgo del portafolio). Es el mismo riesgo del portafolio N° 2 y es el mas alto del modelo cuadrático. Todos los coeficientes de correlación de estos dos portafolios tienen signo negativo, esto ayuda a compensar el riesgo. (Ver cuadro N° 5.32 Pag.129)



#### 5.1.4. Rentabilidad Neta de los Portafolios

Rentabilidad Neta (Rn) = Rentabilidad – (Comisiones + IGV)

Portafolio N° 1:

$$Rn = 5,000 - 720 = S/ 4,280$$

Portafolio N° 2:

$$Rn = 5,000 + 917.67 - 720 = S/ 5,197.67$$

Portafolio N° 3:

$$Rn = 5,000 + 413.76 - 720 = S/ 4693.76$$

Portafolio N° 4:

$$Rn = 5,000 + 917.67 - 720 = S/ 5,197.67$$

**CUADRO N° 5.32**  
**RESUMEN DE RESULTADOS DE PORTAFOLIOS**  
**MODELO DE PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA Y RATIOS FINANCIEROS**

<b>PORTAFOLIO N° 1 / PATRIMONIO NETO</b>	<b>EMPRESAS</b>	<b>INVERTIR</b>
VALOR OBJETIVO (VARIANZA) = 152,957.50	MINERA VOLCAN	S/. 24,209.20
RIESGO (DESV.ESTANDAR) = 391.09	BANCO DE CREDITO	S/. 2,546.90
	GRAÑA .Y MONTERO	S/.23,243.90
	ACEROS AREQUIPA	S/.0.0
<b>PORTAFOLIO N° 2 / GANANCIAS Y PERDIDAS</b>	<b>EMPRESAS</b>	<b>INVERTIR</b>
VALOR OBJETIVO (VARIANZA) = 216,491.60	MINERA VOLCAN	S/.36,703.63
RIESGO (DESV.ESTANDAR) = 465.28	BANCO DE CREDITO	S/.2,441.42
	FERREYROS	S/.10,854.95
	CEMENTOS LIMA	S/.0.0
<b>PORTAFOLION°3 / PRECIO / BENEFICIO (PER)</b>	<b>EMPRESAS</b>	<b>INVERTIR</b>
VALOR OBJETIVO(VARIANZA) = 16,889.12	ACEROS AREQUIPA	S/.0.0
RIESGO (DESV.ESTANDAR) = 129.96	B. CONTINENTAL	S/.0.0
	FERREYROS	S/.4,312.12
	MINERA VOLCAN	S/.45,687.88
<b>PORTAFOLION°4 / PRECIO / VALOR CONTABLE</b>	<b>EMPRESAS</b>	<b>INVERTIR</b>
VALOR OBJETIVO(VARIANZA) = 216,491.60	FERREYROS	S/.10,854.95
RIESGO (DESV.ESTANDAR) = 465.28	CEMENTOS LIMA	S/.0.0
	BANCO DE CREDITO	S/.2,441.42
	MINERA VOLCAN	S/.36,703.63

Preparación propia

### 5.1.5. Solución Clásica del Modelo de Programación Cuadrática

La solución clásica del Modelo de Programación Cuadrática (no se aplica el Análisis Fundamental), se limita a seleccionar los datos de un activo, como pueden ser los dividendos que se pagan por las acciones comunes. Se consideran los mismos dividendos utilizados en el Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros (Ver cuadro N° 5.13.Pag.76).

Se utiliza la siguiente abreviatura como variable, para el programa en Lingo V11:

Minera Volcan: VO

Banco Continental: CO

Banco de Crédito: CR

Graña Y Montero: GM

Minera Milpo: MI

Cementos Lima: CL

Aceros Arequipa: AA

Ferreyros: FE

### 1. Modelo de Programación Cuadrática

$$\begin{aligned}
 Z = & 0.00014 \text{ VO}_1^2 + 0.00002 \text{ VO}_1\text{MI}_2 + 0.00005 \text{ VO}_1\text{AA}_3 + 0.00032 \text{ VO}_1\text{CL}_4 - 0.00034 \text{ VO}_1\text{CO}_5 - 0.00002 \text{ VO}_1\text{CR}_6 - 0.00007 \text{ VO}_1\text{FE}_7 + 0.00001 \text{ VO}_1\text{GM}_8 \\
 & + 0.00002 \text{ MI}_2\text{VO}_1 + 0.00006 \text{ MI}_2^2 + 0.00011 \text{ MI}_2\text{AA}_3 + 0.00182 \text{ MI}_2\text{CL}_4 + 0.00042 \text{ MI}_2\text{CO}_5 + 0.00022 \text{ MI}_2\text{CR}_6 + 0.00013 \text{ MI}_2\text{FE}_7 + 0.00003 \text{ MI}_2\text{GM}_8 \\
 & + 0.00005 \text{ AA}_3\text{VO}_1 + 0.00011 \text{ AA}_3\text{MI}_2 + 0.00022 \text{ AA}_3^2 + 0.00333 \text{ AA}_3\text{CL}_4 + 0.00052 \text{ AA}_3\text{CO}_5 + 0.00060 \text{ AA}_3\text{CR}_6 + 0.00018 \text{ AA}_3\text{FE}_7 + 0.00006 \text{ AA}_3\text{GM}_8 \\
 & + 0.00032 \text{ CL}_4\text{VO}_1 + 0.00182 \text{ CL}_4\text{MI}_2 + 0.00333 \text{ CL}_4\text{AA}_3 + 0.06178 \text{ CL}_4^2 + 0.01736 \text{ CL}_4\text{CO}_5 + 0.00446 \text{ CL}_4\text{CR}_6 + 0.00537 \text{ CL}_4\text{FE}_7 + 0.00109 \text{ CL}_4\text{GM}_8 \\
 & - 0.00034 \text{ CO}_5\text{VO}_1 + 0.00042 \text{ CO}_5\text{MI}_2 + 0.00052 \text{ CO}_5\text{AA}_3 + 0.01736 \text{ CO}_5\text{CL}_4 + 0.00908 \text{ CO}_5^2 - 0.00218 \text{ CO}_5\text{CR}_6 + 0.00268 \text{ CO}_5\text{FE}_7 + 0.00030 \text{ CO}_5\text{GM}_8 \\
 & - 0.00002 \text{ CR}_6\text{VO}_1 + 0.00022 \text{ CR}_6\text{MI}_2 + 0.00060 \text{ CR}_6\text{AA}_3 + 0.00446 \text{ CR}_6\text{CL}_4 - 0.00218 \text{ CR}_6\text{CO}_5 + 0.00572 \text{ CR}_6^2 - 0.00082 \text{ CR}_6\text{FE}_7 - 0.00012 \text{ CR}_6\text{GM}_8 \\
 & - 0.00007 \text{ FE}_7\text{VO}_1 + 0.00013 \text{ FE}_7\text{MI}_2 + 0.00018 \text{ FE}_7\text{AA}_3 + 0.00537 \text{ FE}_7\text{CL}_4 + 0.00268 \text{ FE}_7\text{CO}_5 - 0.00082 \text{ FE}_7\text{CR}_6 + 0.00082 \text{ FE}_7^2 + 0.00014 \text{ FE}_7\text{GM}_8 \\
 & + 0.00001 \text{ GM}_8\text{VO}_1 + 0.00003 \text{ GM}_8\text{MI}_2 + 0.00006 \text{ GM}_8\text{AA}_3 + 0.00109 \text{ GM}_8\text{CL}_4 + 0.00030 \text{ GM}_8\text{CO}_5 - 0.00012 \text{ GM}_8\text{CR}_6 + 0.00008 \text{ GM}_8\text{FE}_7 + 0.00002 \text{ GM}_8^2
 \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$0.11 \text{ VO} + 0.03 \text{ MI} + 0.03 \text{ AA} + 0.44 \text{ CL} + 0.40 \text{ CO} + 0.37 \text{ CR} + 0.09 \text{ FE} + 0.06 \text{ GM} \geq 5,000 \text{ Rentabilidad del Portafolio}$$

$$\text{VO} + \text{MI} + \text{AA} + \text{CL} + \text{CO} + \text{CR} + \text{FE} + \text{GM} = 50,000 \text{ Inversion en el Portafolio}$$

$$\text{Variables: VO, CO, CR, GM, MI, CL, AA, FE} \geq 0$$

## 2. Solución Clásica del Modelo de Programación Cuadrática con el Software Lingo

1. La escritura del modelo para lingo es la siguiente:

```

MIN=0.00014*VO^2+0.00006*MI^2+0.00022*AA^2+0.06178*CL^2+0.00908*CO^2
+0.00572*CR^2+0.00082*FE^2+0.00002*GM^2

+0.00002*VO*MI+0.00005*VO*AA+0.00032*VO*CL-0.00034*VO*CO-0.00002*VO*CR
-0.00007*VO*FE+0.00001*VO*GM+0.00011*MI*AA+0.00182*MI*CL+0.00042*MI*CO
+0.00022*MI*CR+0.00013*MI*FE+0.00003*MI*GM+0.00333*AA*CL+0.00052*AA*CO
+0.00060*AA*CR+0.00018*AA*FE+0.00006*AA*GM+0.01736*CL*CO+0.00446*CL*CR
+0.00537*CL*FE+0.00109*CL*GM-0.00218*CO*CR+0.00268*CO*FE+0.00030*CO*GM
-0.00082*CR*FE+0.000012*CR*GM+0.00008*FE*GM+0.00002*MI*VO+0.00005*AA*VO
+0.00032*CL*VO-0.00034*CO*VO-0.00002*CR*VO-0.00007*FE*VO+0.00001*GM*VO
+0.00011*AA*MI+0.00182*CL*MI+0.00042*CO*MI+0.00022*CR*MI+0.00013*FE*MI
+0.00003*GM*MI+0.00333*CL*AA+0.00052*CO*AA+0.00060*CR*AA+0.00018*FE*AA
+0.000006*GM*AA+0.01736*CO*CL+0.00446*CR*CL+0.00537*FE*CL+0.00109*GM*CL
-0.00218*CR*CO+0.00268*FE*CO+0.00030*GM*CO-0.00082*FE*CR+0.00012*GM*CR
+0.00008*GM*FE;

0.11*VO+0.03*MI+0.03*AA+0.44*CL+0.40*CO+0.37*CR+0.09*FE+0.06*GM>=5000;

VO+MI+AA+CL+CO+CR+FE+GM=50000;

```

2. Solución

Model is quadratic.

Global optimal solution found.

Objective value: 113084.30

Total solver iterations: 8

Variable	Value	Reduced Cost
VO	19501.77	0.000000
MI	0.000000	3.318921
AA	0.000000	6.316220
CL	0.000000	113.4975
CO	1340.741	0.000000
CR	1835.676	0.000000
FE	0.000000	1.792162
GM	27321.82	0.000000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	113084.3	-1.000000
2	0.000000	-49.84276
3	0.000000	0.4609034

### 3. Coeficientes de Correlación del Modelo Clásico de Programación Cuadrática

Los valores para calcular los coeficientes de correlación para este modelo, se pueden obtener de la función objetivo (z) del modelo clásico de programación cuadrática.

$$\text{Volcan / B.Continental} = \frac{\sigma_{15}}{\sigma_{11} \times \sigma_{55}} = \frac{-0.00034}{0.0118 \times 0.0952} = -0.31 = 31\%$$

El signo negativo indica una correlación inversa, mientras los dividendos de Volcan aumentan los dividendos del banco Continental disminuye y viceversa en una proporción del 31%.

$$\text{Volcan / B.Credito} = \frac{\sigma_{16}}{\sigma_{11} \times \sigma_{66}} = \frac{-0.00002}{0.0118 \times 0.0756} = -0.22 = 22\%$$

El signo negativo indica una correlación inversa, mientras los dividendos de Volcan aumentan los dividendos del Banco de Crédito disminuyen y viceversa en una proporción del 22 %.

$$\text{Volcan / Graña Y Montero} = \frac{\sigma_{18}}{\sigma_{11} \times \sigma_{88}} = \frac{0.00001}{0.0118 \times 0.044} = 0.02 = 2\%$$

El signo positivo indica una correlación en la misma dirección, mientras los dividendos de Volcan aumentan los dividendos de Graña Y Montero también aumentan y viceversa en una proporción del 2%.

$$\text{B.Continental / B.Credito} = \frac{\sigma_{56}}{\sigma_{55} \times \sigma_{66}} = \frac{-0.00218}{0.0952 \times 0.0044} = 0.73 = 73\%$$

El signo positivo indica una correlación en la misma dirección, mientras los dividendos del Banco Continental aumentan los dividendos del Banco de Crédito también aumentan y viceversa en una proporción del 73%.

$$\text{B.Credito / Graña Y Montero} = \frac{\sigma_{68}}{\sigma_{66} \times \sigma_{88}} = \frac{0.00012}{0.0756 \times 0.0044} = 0.36 = 36\%$$

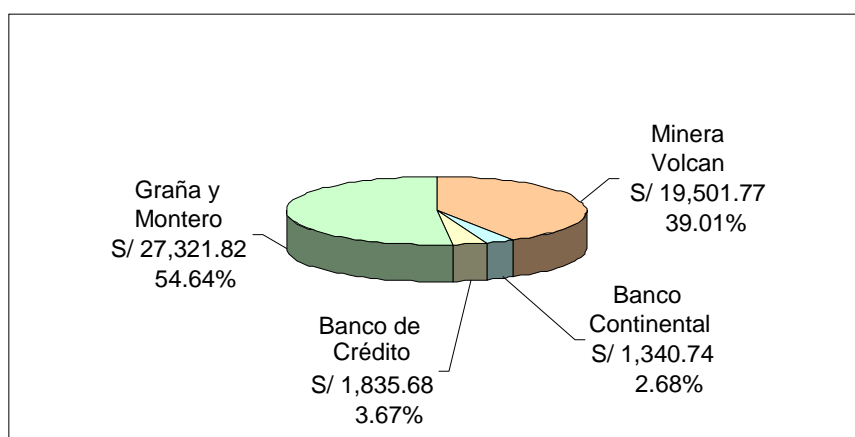
El signo positivo indica una correlación en la misma dirección, mientras los dividendos del Banco Crédito aumentan los dividendos de Graña Y Montero también aumentan y viceversa en una proporción del 36 %.

#### 5.1.5.1. Análisis de la Solución del Clásico Modelo de Programación Cuadrática

Las conclusiones para este modelo son las siguientes:

1. El portafolio indica invertir en las acciones de las empresas Volcan, Banco Continental, Banco de Crédito y Graña Y Montero. La desviación estándar del modelo es 336.28 (riesgo), este valor no lo podemos comparar.
2. El modelo eligió dos empresas del mismo sector que son los bancos de Crédito y Continental. No es bueno concentrar la inversión en un sector productivo
3. La inversión se concentra en Volcan con S/.19,501.77 y Graña Y Montero con S/.27,321.82. No es bueno concentrar la inversión en pocas empresas.
4. El signo negativo en las correlaciones indica que existe diversificación entre las empresas Volcan/Banco Continental y Volcan/Banco de Crédito; no sucede lo mismo para las correlaciones entre Volcan / Graña Y Montero, Banco Continental / Banco de Crédito y Banco de Crédito / Graña Y Montero.
5. El inversionista tiene un solo portafolio, lo que limita las opciones de inversión.  
(Ver gráfico N° 5.17 y cuadro N° 5.33. Pag.134).

**GRÁFICO N° 5.17**  
**PORTAFOLIO DE INVERSIÓN**  
**CLÁSICO MODELO DE PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA**



Elaboración propia

**CUADRO Nº 5.33**  
**RESULTADOS DEL CLÁSICO MODELO DE PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA**  
**PERIODO (2006 – 2010)**

<b>RIESGO DEL PORTAFOLIO</b>	<b>EMPRESAS</b>	<b>INVERTIR</b>
FUNCIÓN OBJETIVO (VARIANZA)=113084.30	MINERA VOLCAN	S/.19,501.77
RIESGO ( DESV.ESTANDAR) = 336.28	BANCO CONTINENTAL	S/. 1,340.74
	BANCO DE CREDITO	S/.1,835.68
	GRAÑA Y MONTERO	S/.27,321.82
	MINERA MILPO	S/,0,0
	CEMENTOS LIMA	S/.0.0
	ACEROS AREQUIPA	S/.0.0
	FERREYROS	S/.0.0

Elaboración Propia

#### **5.1.6. Proceso de Solución Modelo Clásico Versus Modelo con Ratios Financieros**

En el cuadro Nº 5.34 se comparan los procedimientos de la solución clásica del Modelo de Programación Cuadrática versus la solución del Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros que propone esta tesis.

**CUADRO Nº 5.34**  
**PROCESO DE SOLUCIÓN**  
**MODELO CLÁSICO VERSUS MODELO CON RATIOS FINANCIEROS**

<b>CLÁSICO MODELO DE PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA</b>	<b>MODELO DE PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA Y RATIOS FINANCIEROS</b>
1. No Analiza macroeconomía	1.Análisis macroeconómico
2.No Analiza Ratios Financieros	2.Análisis Ratios financieros
3.Análisis de los dividendos	3.Análisis de los dividendos
4.Un modelo ,un portafolio	4.Un modelo, cuatro portafolios
5.Un solo valor de varianza o desviación estándar ,no se puede comparar	5.Cuatro valores de varianza o desviación estándar, se puede comparar
6.Es posible optimizar para empresas de un mismo sector productivo	6.Se puede evitar optimizar para empresas de un mismo sector productivo

Elaboración propia

## CONCLUSIONES

1. Esta tesis demuestra que el Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros resuelven el problema de minimizar el riesgo del capital para una determinada rentabilidad, cuando se invierte en acciones comunes en la Bolsa de Valores; en base a la información que proporciona la Técnica del Análisis Fundamental y la formulación del Modelo de Programación Cuadrática relacionado a los ratios financieros; patrimonio neto, ganancias y pérdidas, precio/beneficio (PER) y precio/valor contable.
2. El Modelo Clásico de Programación Cuadrática, cuando sólo considera los dividendos es limitado, debido a que no considera otros factores relacionados con la economía que afectan a las empresas y al Mercado de Valores.
3. El Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros se fortalece en el análisis; cuando utiliza la información que proporciona la Técnica del Análisis Fundamental
4. El Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros genera cuatro portafolios, haciendo posible comparar sus varianzas o desviación estándar. El inversionista tiene cuatro opciones y elegirá según su perfil de riesgo.
5. Esta investigación comprueba que asumiendo riesgos, es más rentable invertir en la Bolsa de Valores de Lima; que colocar la inversión en una cuenta bancaria, tal como se demuestra en el Apéndice A2.Pag.152.

## RECOMENDACIONES

1. Para inversiones de periodos cortos, es posible utilizar como datos el precio de las acciones de las empresas que cotizan en Bolsa para generar el Modelo de Programación Cuadrática y Ratios Financieros.

El modelo se puede aplicar en minimizar el riesgo de cualquier activo bursátil.

2. En esta investigación es relevante usar las herramientas Análisis Fundamental y el Modelo de Programación Cuadrática en forma conjunta ; la razón es que la técnica del Análisis Fundamental nos ayuda a elegir adecuadamente los activos bursátiles donde invertir; pero no la cantidad de dinero que se tiene que asignar a dicho activo; este problema lo soluciona el Modelo de Programación Cuadrática Ratios Financieros que resuelve el problema de selección de activos y la asignación del recurso económico.

3. Esta tesis motiva y deja abierta la posibilidad de desarrollar investigaciones sobre el tema de riesgos, teniendo en consideración el modelo propuesto es esta investigación y conduzcan al diseño de estrategias en diferentes aplicaciones sobre la percepción de minimizar el riesgo.

El riesgo no solo existe cuándo se trata de invertir recursos económicos, sino que está en todos los entornos del ser humano; como son; riesgo de desastres, riesgo de enfermedades endémicas, riesgo ecológico, entre otros.

4. es importante que las universidades a través de sus Facultades y Escuelas Profesionales de Ciencias Económicas, Administrativas, Estadística e Investigación de Operaciones establezcan algún tipo de comunicación con la Superintendencia del Mercado de Valores (SMV); institución encargada de promover las inversiones en la Bolsa de Valores de Lima con el objetivo de propiciar el intercambio de conocimientos.



## **APORTACIONES**

El aporte de esta tesis es analizar a las empresas con la técnica del Análisis Fundamental, relacionando el modelo cuadrático con ratios que analizan la situación financiera de la empresa, esto permite un análisis más riguroso en la evaluación de los activos que se cotizan en la Bolsa de Valores.

En la actualidad los Agentes de Bolsa peruanos analizan el comportamiento de los activos bursátiles o instrumentos financieros utilizando herramientas como el Análisis Técnico, Análisis Fundamental y programas de simulación.

No se aplica el Modelo de Programación Cuadrática de Makowitz, posiblemente porque formular modelos grandes de Programación Cuadrática sea complicado, pero como se demuestra en esta tesis, los procedimientos quedan reducidos prácticamente a evaluar los ratios de la empresas ; patrimonio Neto, ganancias y pérdidas, precio/beneficio (PER) y precio/valor contable; lo que genera cuatro portafolios y la solución se logra con el software especializado Lingo.

Esta investigación será de gran utilidad para los agentes de bolsa, empresas, inversionistas y de toda persona interesada en invertir en acciones y otros activos bursátiles que se negocian en la Bolsa de Valores de Lima.

## ANEXOS:

**ANEXO N° 1**  
**PROPIEDADES DEL SOFTWARE LINGO**

Demo LINGO/Win32 Release 11.0.0.20 (11 June 08) Copyright © 2008 													
LINDO Systems Inc 1415 North Dayton Street Chicago, IL 60622 312/988-7422 <a href="http://www.lindo.com">http://www.lindo.com</a>													
Limits for this Installation: <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 5px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">Constraints:</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;">150</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Variables:</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;">300</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Integer Variables:</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;">30</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Nonlinear Variables:</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;">30</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Global Variables:</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;">5</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Generator Memory (Mb):</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;">32</td> </tr> </table>		Constraints:	150	Variables:	300	Integer Variables:	30	Nonlinear Variables:	30	Global Variables:	5	Generator Memory (Mb):	32
Constraints:	150												
Variables:	300												
Integer Variables:	30												
Nonlinear Variables:	30												
Global Variables:	5												
Generator Memory (Mb):	32												
License Expiration: <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;">3 Apr 2012</div>	License Usage: <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;">Commercial</div>												
Licenses: <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;">1</div>	API Version: <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;">5.0.1.282</div>												
License Location: <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;">C:\Archivos de programa\Lingo</div>													
Additional License Information: <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 5px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">Eval Use Only</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Enabled Solvers:</td> <td style="text-align: right; padding: 2px;">-</td> </tr> </table>		Eval Use Only	-	Enabled Solvers:	-								
Eval Use Only	-												
Enabled Solvers:	-												
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px 20px; display: inline-block;">OK</div>													

**ANEXO N° 2**  
**LINGO CONFIGURACIÓN GENERAL SOLVER**

**LINGO Options** ✕

---

Integer Pre-Solver | Integer Solver | Global Solver | Model Generator  
Interface | **General Solver** | Linear Solver | Nonlinear Solver

---

**Debugger:**

Output Level:  
15-Max ▾

Cold Start Solver:  
Solver Decides ▾

Warm Start Solver:  
Solver Decides ▾

**Dual Computations:**

Prices & Ranges ▾  
None  
**Prices**  
Prices & Ranges  
Prices, Opt Only

☐ assumed non-negative

☐ Use R/C format names for MPS I/O

**Runtime Limits:**

Iterations:  
None ▴ ▾

Time (sec):  
None ▴ ▾

**@SOLVE Time Limit:**

Time (sec):  
None ▴ ▾

☐ Kill scripts on limit

---

Help | Cancel | Default | Save | Aplicar | **OK**


**ANEXO N° 3**  
**LINGO CONFIGURACIÓN DE GLOVER SOLVER**

The screenshot shows the 'LINGO Options' dialog box with the 'Global Solver' tab selected. The dialog has a blue title bar with a close button. Below the title bar are several tabs: 'Interface', 'General Solver', 'Linear Solver', 'Nonlinear Solver', 'Integer Pre-Solver', 'Integer Solver', 'Global Solver' (selected), and 'Model Generator'. The main content area is titled 'Global Solver Options' and contains several settings:

- ☒ Use Global Solver
- Variable Upper Bound:
  - Value:
  - Application:
- Tolerances:
  - Optimality:
  - Delta:
- Strategies:
  - Branching:
  - Box Selection:
  - Reformulation:
- Multistart Solver:
  - Attempts:

At the bottom of the dialog are buttons for 'Help', 'Cancel', 'Default', 'Save', 'Aplicar', and 'OK'.

**ANEXO N° 4**  
**LINGO CONFIGURACIÓN DE NONLINEAR SOLVER**

**LINGO Options** 

Integer Pre-Solver | Integer Solver | Global Solver | Model Generator  
Interface | General Solver | Linear Solver | Nonlinear Solver

Initial Nonl Feasibility Tol:  Final Nonl Feasibility Tol:

Nonlinear Optimality Tol:  Slow Progress Iteration Limit:

Nonlinear Solver Version:

Derivatives:  
First Order:   
☐ Use Second Order

Strategies:  
☐ Crash Initial Solution  
☒ Quadratic Recognition  
☐ Selective Constraint Eval  
☒ SLP Directions  
☐ Steepest Edge

Help Cancel Default Save Aplicar OK

**ANEXO N° 5**  
**ÍNDICE GENERAL DE LA BOLSA DE VALORES DE LIMA (IGBVL)**  
**(Vigente a partir del 1 de Julio 2010)**

N°	Nombre del valor	Nemónico	Peso
1	Volcan	VOLCABC1	9.6620%
2	Minsur Inv.	MINSURI1	5.2474%
3	Cerro Verde	CVERDEC1	4.7548%
4	Casagrande	CASAGRC1	4.4707%
5	Ferreyros	FERREYC1	4.0876%
6	ADR Buenaventura	BVN	3.9770%
7	Maple Energy	MAPLE	3.7573%
8	Relapasa	RELAPAC1	3.6370%
9	IntergrFinancServices	IFS	3.6299%
10	Bco. Continental	CONTINC1	3.5212%
11	Graña y Montero	GRAMONC1	3.4933%
12	Alicorp	ALICORC1	3.2770%
13	Credicorp	BAP	3.0110%
14	Bco de Credito	CREDITC1	2.9883%
15	Corp. Aceros Arequipa Inv.	CORAREI1	2.8755%
16	Milpo	MILPOC1	2.7988%
17	Southern	SCCO	2.7286%
18	Volcan "A"	VOLCAAC1	2.6485%
19	Atacocha "B"	ATACOBC1	2.6263%
20	El Brocal	BROCALC1	2.3972%
21	SIDERPERU	SIDERC1	2.3343%
22	Cementos Pacasmayo	CPACASC1	2.1635%
23	Luz del Sur	LUSURC1	2.1275%
24	Austral Group	AUSTRAC1	2.0729%
25	Candente	DNT	1.8862%
26	Agro IndPomalca	POMALCC1	1.7448%
27	Minera IRL	MIRL	1.6815%
28	Cementos Lima	CEMLIMC1	1.6720%
29	Scotiabank	SCOTIAC1	1.6226%
30	Rio Cristal Resources	RCZ	1.5428%
31	EDEGEL	EDEGELC1	1.4801%
32	PanoroMinerals	PML	1.4566%
33	Cementos Lima Inv.	CEMLIMI1	1.4118%
34	Alturas Minerals	ALT	1.2140%

Fuente: Bolsa de Valores de Lima (BVL)

**ANEXO N° 6**  
**ÍNDICE SELECTIVO DE LA BOLSA DE VALORES DE LIMA (ISBVL)**  
**(Vigente a partir del 1 de Julio2010)**

<b>Nº</b>	<b>Nombre del valor</b>	<b>Nemónico</b>	<b>Peso %</b>
1	Volcan "B"	VOLCABC1	14.8282%
2	ADR Buenaventura	BVN	10.3784%
3	Southern	SCCO	6.9143%
4	La Cima Inv.	LACIMAI1	6.5617%
5	Credicorp	BAP	6.1621%
6	Maple Energy	MPLE	6.1266%
7	Cerro Verde	CVERDEC1	6.0298%
8	Austral Group	AUSTRAC1	5.8761%
9	Minsur Inv.	MINSURI1	5.6784%
10	Relapasa	RELAPAC1	5.5066%
11	La Cima	LACIMAC1	5.3994%
12	Atacocha "B"	ATACOBC1	5.3837%
13	Milpo	MILPOC1	5.3494%
14	IntergrFinancServices	IFS	5.0597%
15	Graña y Montero	GRAMONC1	4.7454%

Fuente: Bolsa de Valores de Lima (BVL)

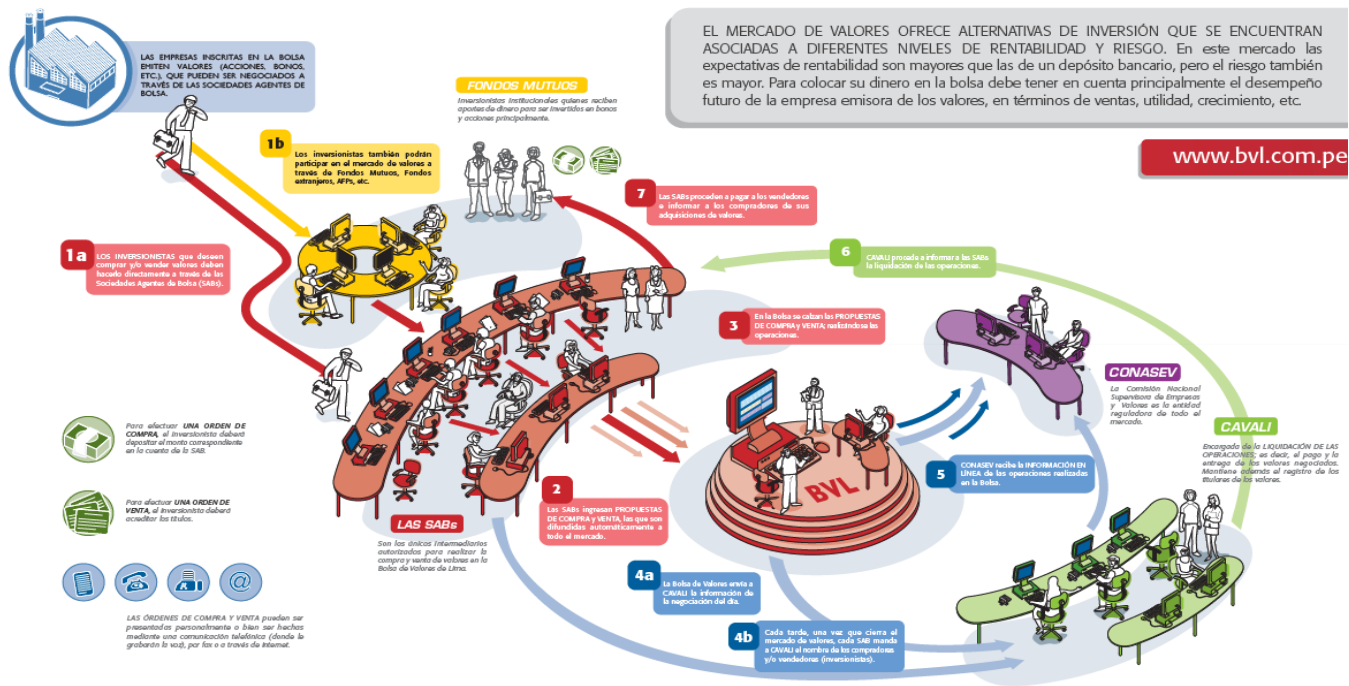
**ANEXO N° 7**  
**ÍNDICE NACIONAL DE CAPITALIZACIÓN DE LA BOLSA DE VALORES DE LIMA (INCA)**  
**(Vigente a partir del 1 de Julio2010)**

<b>Nº</b>	<b>Valor</b>	<b>Nemonico</b>	<b>Peso (%)</b>
1	Sociedad Minera Cerro Verde S.A.A.	CVERDEC1	15.96
2	Compañía De Minas Buenaventura S.A.A.	BVN	13.27
3	VolcanCompañía Minera S.A.A.	VOLCABC1	12.50
4	Credicorp Ltd.	BAP	12.19
5	Minsur S.A.	MINSURI1	5.79
6	Sociedad Minera El Brocal S.A.A.	BROCALC1	5.60
7	Banco Continental	CONTINC1	5.12
8	Graña Y Montero S.A.A.	GRAMONC1	4.04
9	Compañía Minera Milpo S.A.A.	MILPOC1	3.72
10	Alicorp S.A.A.	ALICORC1	3.71
11	IntergroupFinancialServices Corp.	IFS	3.62
12	Casa Grande Sociedad AnonimaAbiS.A.A.	CASAGRC1	3.02
13	SouthernCopperCorporation	SCCO	2.98
14	Ferreyros S.A.A.	FERREYC1	2.47
15	Maple EnergyPlc	MPLE	1.35
16	Corporación Aceros Arequipa S.A.	CORAREI1	1.26
17	Cementos Pacasmayo S.A.A.	CPACASC1	1.19
18	Compañía Minera Atacocha S.A.A.	ATACOBC1	0.86
19	Empresa Siderurgica Del Peru S.A.A.	SIDERC1	0.85
20	RefineríaLa Pampilla S.A.A. - Relapa S.A.A.	RELAPAC1	0.51

Fuente: Bolsa de Valores de Lima (BVL)

## ANEXO Nº 8

## PROCESO PARA INVERTIR EN LA BOLSA DE VALORES DE LIMA

**1a**

LOS INVERSIONISTAS que deseen comprar y/o vender valores deben hacerlo directamente a través de las Sociedades Agentes de Bolsa (SABs).

**2**

Las SABs ingresan PROPUESTAS DE COMPRA Y VENTA, las que son difundidas automáticamente a todo el mercado.

**3**

En la Bolsa se calzan las PROPUESTAS DE COMPRA Y VENTA; realizándose las operaciones.

**1b**

Los inversionistas también podrán participar en el mercado de valores a través de Fondos Mutuos, Fondos extranjeros, AFPs, etc.

**FONDOS MUTUOS**

Inversionistas institucionales quienes reciben aportes de dinero para ser invertidos en bonos y acciones principalmente.

**4a**

La Bolsa de Valores envía a CAVALI la información de la negociación del día.

**4b**

Cada tarde, una vez que cierra el mercado de valores, cada SAB manda a CAVALI el nombre de los compradores y/o vendedores (inversionistas).

**5**

LA SMV recibe la INFORMACIÓN EN LÍNEA de las operaciones realizadas en la Bolsa.

**6**

CAVALI procede a informar a las SABs la liquidación de las operaciones.

**CAVALI**

Encargada de la LIQUIDACIÓN DE LAS OPERACIONES; es decir, el pago y la entrega de los valores negociados. Mantiene además el registro de los titulares de los valores.

**SMV**

La Supervisora del Mercado de Valores (ex conasev) es la entidad reguladora de todo el mercado

**7**

Las SABs proceden a pagar a los vendedores e informar a los compradores de sus adquisiciones de valores.



**ANEXO 9**  
**RANKING DE EMPRESAS SEGUN MONTO DEL PATRIMONIO**  
**TRADING RANKING - NET WORTH**

AL 31 DE DICIEMBRE DE 2009 / AT DECEMBER 31, 2009

En miles de Nuevos Soles

In thousand of S/.

Empresa	Miles S/.	Empresa	Miles S/.	Empresa	Miles S/.
1 Southern Copper Corp. (*)	11,250,713	71 Shougang Hierro Perú	335,930	141 SHOUGESA	80,982
2 Minera Barrick (*)	6,788,016	72 Emp. Agro. Pomalca	322,728	142 Motores Diesel	80,748
3 Credicorp Ltd. (*)	6,694,555	73 Mibanco	322,506	143 MEPSA	80,564
4 Buenaventura (*)	5,964,665	74 Supermercados Peruanos	320,921	144 Banco Santander Perú	77,113
5 SPCC - Suc. Perú (*)	5,448,508	75 Saga Falabella	319,638	145 Ind. Nuevo Mundo	73,266
6 Yanacocha (*)	4,944,082	76 Banco Financiero	318,279	146 Emp. Agr. San Juan	69,901
7 Banco de Crédito	4,829,276	77 Banco Falabella	312,237	147 Etna	68,061
8 Cerro Verde (*)	4,178,486	78 Laredo	307,935	148 Urbi Propiedades	66,279
9 Minsur	4,001,036	79 Gas Nat Lima y Callao (*)	305,247	149 Hidrostral	64,472
10 Sedapal	3,692,706	80 Inv. Centenario	304,662	150 Mapfre Perú Vida	60,343
11 Telefónica del Perú	3,550,646	81 Paramonga	300,412	151 ABB	59,807
12 Sotobank Perú	2,960,572	82 Soldexa	294,971	152 BAT Holdings	59,337
13 Banco Continental	2,887,676	83 BIF	282,513	153 Conces. Trasvase Olmos	58,124
14 Volcan (*)	2,590,486	84 Interseguro	274,261	154 Ticino del Perú	49,822
15 Edegel	2,308,411	85 Crediscotia	262,939	155 Industrias Vencedor	49,212
16 Electropéru	2,226,735	86 CREDITEX	261,520	156 Inca Tops	48,027
17 IFH Peru Ltd.	2,020,837	87 CONCESUR	257,940	157 RENASA	47,988
18 Intergroup	1,808,531	88 SEAL	250,439	158 Ace Seguros	46,691
19 UCP Backus & Johnston	1,776,977	89 InVita Seguros de Vida	249,073	159 Total Artefactos	46,018
20 Gold Fields La Cima	1,643,589	90 Emp. Agroind. Tumbán	247,545	160 Filamentos Industr.	44,412
21 Alicorp	1,474,996	91 Cía. Goodyear	239,947	161 Fab. Peruana Eternit	43,400
22 INTERBANK	1,421,610	92 Electro Dunas	238,388	162 Conserv. de las Américas	42,203
23 Falabella	1,343,199	93 Editora El Comercio	237,695	163 Peruana de Energía	41,936
24 Milpo (*)	1,244,120	94 Indeco (*)	234,905	164 Banco Azteca	41,425
25 Gloria	1,170,935	95 La Positiva	209,831	165 El Ingenio	40,218
26 Generandes	1,145,775	96 Neg. e Inmuebles	203,984	166 Sintuco	39,367
27 Cementos Lima	1,121,974	97 Poderosa	201,634	167 Lima Gas	38,892
28 Luz del Sur	1,061,638	98 Cons. Transmataro (*)	196,024	168 Chucarapi - Pampa Blanca	38,363
29 COPEINCA (*)	1,059,597	99 Banco Ripley	194,954	169 Record	38,141
30 SIDERPERU	926,408	100 Santa Luisa	193,210	170 Fima (*)	38,130
31 Telefónica Móviles	908,189	101 Inversiones La Rioja	190,352	171 CAVALI ICLV	34,199
32 El Brocal (*)	888,160	102 A.F.P. Horizonte	183,059	172 Tiendas EFE	33,875
33 TGP (*)	874,311	103 HSBC Bank Perú	166,423	173 LAYCONSA	32,971
34 Edelnor	855,142	104 San Jacinto	163,025	174 Consor. Ind. Arequipa	31,438
35 Corp. Aceros Arequipa	794,937	105 Perubar (*)	154,389	175 Secrex	31,431
36 Casa Grande	771,595	106 Lima Caucho	151,908	176 Castrovinceyna	29,941
37 Rimac - Internacional	744,554	107 Intradevco Industrial	150,388	177 Transac. Financieras	29,760
38 Ransa Comercial	721,165	108 Bayer	145,613	178 INVERTUR	29,156
39 Refinería La Pampilla (*)	708,739	109 Cervecería San Juan	142,444	179 Financiera TFC	29,112
40 Duke Energy Egenor	679,986	110 Corp. Fin. Inversiones	128,743	180 Solución Fin.Cred.	28,168
41 Palmas del Espino	676,999	111 La Positiva Vida	128,226	181 Chiquito	22,074
42 Citibank Perú	668,300	112 EXSA	124,924	182 DELCROSA	21,118
43 Graña y Montero	665,394	113 Eléctrica de Piura	122,550	183 Adm. del Comercio	20,272
44 Ferreyros	633,700	114 Deutsche Bank Perú	122,257	184 Mitsui - Masa Leasing	16,052
45 Cementos Pacasmayo	632,065	115 Morococha	120,991	185 Protecta Cía de Seg.	15,886
46 ENERSUR (*)	619,255	116 Universal Textil	119,984	186 Corporación Miskii(*)	15,574
47 Austral Group	607,225	117 Financiera Edyficar	117,710	187 Leasing Total	14,756
48 Yura	604,039	118 Raura	113,893	188 Textil San Cristobal	13,369
49 Pacífico - Per. Suiza	561,228	119 Banco de Comercio	112,570	189 Fosfatos del Pacífico	12,916
50 Los Quenales (*)	538,707	120 Mapfre Perú	112,518	190 Corp. Funeraria	12,423
51 Perú LNG (*)	535,274	121 Farmindustria	109,705	191 Creditúlos Soc. Tit.(*)	9,472
52 Red de Energía (*)	530,405	122 Profuturo A.F.P.	108,215	192 Incasa EAH	9,376
53 Corporación Lindley	524,607	123 Michell y Cía.	103,937	193 Sigma SAFI (*) (**)	9,296
54 Atacocha (*)	519,382	124 LP Holding	102,116	194 Corporación del Mar	8,920
55 Cemento Andino	507,080	125 IEQSA	101,264	195 SIAM	7,268
56 SN Power Perú (*)	486,736	126 Minera Corona (*)	98,593	196 Compass Group SAFI(**)	7,211
57 Prima AFP	482,679	127 Maestro Home Center	97,448	197 Interfúlos Soc. Tit.	6,568
58 Electro Sur Este	472,893	128 Agroindustrias AIB	95,504	198 MYGSA	6,007
59 INTURSA	469,281	129 Los Portales	95,364	199 Insur Cía. de Seg.	5,992
60 Corporación Cervezur	464,574	130 Cons. Agua Azul	93,637	200 AC Capitales SAFI (**)	5,456
61 Southern Cone (*)	427,903	131 Corporación Misti	93,044	201 RBC	5,453
62 Quimpac	426,061	132 Industrias del Envase	90,523	202 Scotia Soc. Titulizadora	3,636
63 Univ. San Martín	423,361	133 IPSA	88,332	203 Andina de Exploraciones	3,361
64 Pluspetrol Camisea (*)	421,168	134 Laive	87,038	204 Citicorp Soc.Tituliz.	2,541
65 Inv. Pacasmayo	406,023	135 NORVIAL	85,783	205 Continental Soc. Tituliz.	1,637
66 Kallpa Generación(*)	380,738	136 BVL	84,515	206 Grupo Coril SAF (**)	1,374
67 Cartavio	368,195	137 Corporación Cerámica	83,467	207 Barraza	1,147
68 A.F.P. Integra	361,197	138 NCF Inversiones	82,102	208 Neg. Agr. Vista Alegre	869
69 San Gabán	347,263	139 Industria Textil Piura	81,985		
70 Pacífico Vida	340,924	140 América Financiera	81,207		

(\*) Empresas cuyos Estados Financieros se encuentran en Dólares Americanos.

(\*\*) Sociedad Administradora de Fondos de Inversión cuyas cuotas se encuentran listadas para su negociación.

Fuente : Bolsa de Valores de Lima (BVL)

**ANEXO Nº 10**  
**RANKING DE EMPRESAS SEGUN UTILIDADES**  
**TRADING RANKING - NET PROFIT**

AL 31 DE DICIEMBRE DE 2009 / AT DECEMBER 31, 2009

En miles de Nuevos Soles

In thousand of \$/.

Empresa	Miles \$/.	Empresa	Miles \$/.	Empresa	Miles \$/.
1 Southern Copper Corp. (*)	2,700,449	71 Cia. Goodyear	41,782	141 Filamentos Industr.	6,035
2 Yanacocha (*)	2,058,688	72 Profuturo A.F.P.	39,397	142 Michell y Cia.	5,611
3 Cerro Verde (*)	2,047,292	73 Supermercados Peruanos	38,883	143 Conserv. de las Américas	5,450
4 SPCC - Suc. Perú (*)	2,042,406	74 Red de Energía (*)	37,529	144 Tioino del Perú	5,260
5 Minera Barrick (*)	1,808,662	75 Quimpac	37,455	145 Laive	4,680
6 Buenaventura (*)	1,715,095	76 Paramonga	36,680	146 Industrias del Envase	4,428
7 Credicorp Ltd. (*)	1,357,444	77 Cons. Transmataro (*)	35,385	147 Consor. Ind. Arequipa	4,281
8 Banco Continental	927,511	78 Farmindustria	35,303	148 Emp. Agr. San Juan	4,154
9 Banco de Crédito	924,501	79 Eléctrica de Piura	34,015	149 América Financiera	4,145
10 Telefónica del Perú	811,650	80 Cervecería San Juan	32,553	150 Financiera TFC	3,692
11 Minsur	715,114	81 InVita Seguros de Vida	32,527	151 Total Artefactos	3,659
12 Telefónica Móviles	681,082	82 Univ. San Martín	31,361	152 Compass Group SAFI(**)	3,404
13 Scotiabank Perú	637,053	83 San Gabán	31,103	153 Solución Fin.Cred.	2,961
14 Intergroup	505,707	84 Laredo	29,443	154 Industrias Vencedor	2,336
15 Volcan (*)	491,877	85 Bayer	27,266	155 AC Capitales SAFI (**)	2,330
16 UCP Backus & Johnston	488,297	86 La Positiva	26,984	156 Interfútilos Soc. Tit.	2,068
17 IFH Peru Ltd.	448,654	87 Financiera Edyficar	23,576	157 EXSA	1,959
18 INTERBANK	429,366	88 NCF Inversiones	23,021	158 Banco Azteca	1,948
19 Gold Fields La Cima	292,595	89 Kalpa Generación(*)	22,217	159 DELCROSA	1,828
20 Luz del Sur	279,942	90 Intradevco Industrial	22,090	160 Creditútilos Soc. Tit.(*)	1,600
21 Electropetrol	269,224	91 Gas Nat Lima y Callao (*)	21,538	161 INVERTUR	1,470
22 Edegel	233,329	92 BVL	21,448	162 El Ingenio	1,361
23 El Brocal (*)	231,819	93 Neg. e Inmuebles	19,801	163 Mitsui - Masa Leasing	1,221
24 Sedapal	224,857	94 Raura	19,727	164 Barraza	1,066
25 Alicorp	222,760	95 CREDITEX	19,565	165 La Positiva Vida	1,027
26 Falabella	210,817	96 Electro Dunas	18,865	166 Castrovimeyna	841
27 Pluspetrol Camisea (*)	205,209	97 SEAL	18,543	167 SIAM	828
28 Cementos Lima	190,549	98 IPSA	18,400	168 Scotia Soc. Titulizadora	756
29 ENERSUR (*)	189,615	99 Banco Financiero	17,734	169 LAYCONSA	734
30 Gloria	181,631	100 Maestro Home Center	17,439	170 Record	583
31 Milpo (*)	176,837	101 LP Holding	17,189	171 Leasing Total	578
32 Edelnor	172,618	102 Etna	17,040	172 Transac. Financieras	484
33 TGP (*)	170,842	103 Corp. Fin. Inversiones	16,821	173 Sintuco	359
34 Shougang Hierro Perú	148,509	104 Deutsche Bank Perú	15,821	174 Neg. Agr. Vista Alegre	350
35 Rimac - Internacional	140,178	105 Mapfre Perú	15,029	175 Corporación Cerámica	183
36 A.F.P. Integra	135,683	106 Fab. Peruana Eternit	14,946	176 Andina de Exploraciones	180
37 Graña y Montero	134,399	107 Banco de Comercio	14,859	177 MYGSA	96
38 Refinería La Pampilla (*)	133,781	108 Soldexa	13,832	178 Grupo Coril SAF (**)	24
39 Palmas del Espino	131,549	109 Los Portales	13,736	179 Continental Soc. Tituliz.	-19
40 Cementos Pacasmayo	122,948	110 Cons. Agua Azul	13,116	180 Citicorp Soc.Tituliz.	-150
41 Prima AFP	117,928	111 NORVIAL	12,478	181 RBC	-180
42 Yura	116,270	112 Motores Diesel	11,849	182 Corp. Funeraria	-646
43 Pacífico - Per. Suiza	109,482	113 Electro Sur Este	11,821	183 Insur Cia. de Seg.	-960
44 Generandes	104,883	114 Tiendas EFE	11,415	184 Universal Textil	-1,212
45 Ferreyros	100,503	115 ABB	11,206	185 Fosfatos del Pacífico	-1,235
46 Casa Grande	98,528	116 Inversiones La Rioja	10,968	186 Incasa EAH	-1,692
47 Mibanco	97,089	117 Mapfre Perú Vida	10,772	187 Banco Santander Perú	-1,759
48 Duke Energy Egenor	90,202	118 Peruana de Energía	10,733	188 Chucarapi - Pampa Blanca	-2,117
49 Saga Falabella	88,629	119 MEPSA	10,497	189 Ind. Nuevo Mundo	-2,513
50 Editora El Comercio	87,054	120 Secrex	10,476	190 Protecta Cia de Seg.	-2,933
51 A.F.P. Horizonte	84,113	121 Lima Gas	10,172	191 Industria Textil Piura	-3,949
52 Banco Falabella	82,548	122 Lima Caucho	9,945	192 Corporación Miski(*)	-5,507
53 Minera Corona (*)	80,747	123 RENASA	9,914	193 Adm. del Comercio	-5,586
54 Pacífico Vida	77,235	124 Corporación Cervetur	9,184	194 Crediscotia	-6,794
55 Austral Group	76,561	125 SHOUGESA	8,880	195 Perubar (*)	-8,877
56 Interseguro	76,070	126 Agroindustrias AIB	8,602	196 COPEINCA (*)	-10,148
57 Cemento Andino	72,373	127 Conces. Trasvase Olmos	8,347	197 CONCESUR	-11,025
58 Inv. Pacasmayo	69,315	128 Santa Luisa	8,310	198 Textil San Cristobal	-12,067
59 Ransa Comercial	67,357	129 Chiquitoy	8,272	199 Emp. Agro. Pomalca	-13,422
60 Poderosa	61,611	130 Corporación Misti	8,011	200 Los Quenuales (*)	-17,230
61 Corporación Lindley	61,424	131 IEQSA	7,805	201 Emp. Agroind. Tumán	-24,106
62 Inv. Centenario	61,195	132 CAVALI ICLV	7,858	202 San Jacinto	-25,109
63 Cartavio	56,858	133 Urbi Propiedades	7,778	203 Corp. Aceros Arequipa	-35,587
64 SN Power Perú (*)	54,684	134 Fima (*)	7,204	204 Morococha	-38,431
65 Indeco (*)	51,612	135 Hidrostal	7,147	205 HSBC Bank Perú	-43,132
66 BIF	50,474	136 Ace Seguros	6,978	206 Atacocha (*)	-61,442
67 Banco Ripley	49,468	137 INTURSA	6,708	207 SIDERPERU	-109,057
68 BAT Holdings	46,049	138 Corporación del Mar	6,635	208 Perú LNG (*)	-130,464
69 Southern Cone (*)	45,940	139 Inca Tops	6,388		
70 Citibank Perú	43,290	140 Sigma SAFI (*) (**)	6,311		

(\*) Empresas cuyos Estados Financieros se encuentran en Dólares Americanos.

(\*\*) Sociedad Administradora de Fondos de Inversión cuyas cuotas se encuentran listadas para su negociación.

Fuente :Bolsa de Valores de Lima (BVL)

## ANEXO Nº 11

## ACTIVIDAD BURSÁTIL

## STOCK MARKET ACTIVITY

## BANCO CONTINENTAL

ACCIONES COMUNES / COMMON STOCK

CODIGO ISIN Y MNEMONICO: PEP 11600 100 4 - CONTINC1

## ACCIONES LIBERADAS / PAID-UP SHARES

AUMENTO(\$) INCREASE(\$)	%	CONCEPTO ITEM	JGA GSM	UDND LDT	Registro Record Date	Entrega Distrib.
125,674,245.8	32.62792385	(2) 2008 (3) (10) (90)	31/03/09	21/12/09	24/12/09	29/12/09
87,749,807.3	30.062864	(3) Reservas	27/03/08	19/08/08	22/08/08	25/08/08
12,219,841.6	4.8869	(8) 2004	31/03/05	17/06/05	22/06/05	08/09/05
4,631,946.8	2.0194	(8) 2003	25/03/04	16/06/04	21/06/04	05/10/04
3,742,250.2	1.6615	(8) 2002	18/03/03	11/06/03	16/06/03	14/07/03
3,173,967.4	1.424757	(2) 2001	13/03/02	04/06/02	07/06/02	21/06/02
2,922,363.4	1.348664	(2) 2000	21/03/01	11/06/01	14/06/01	19/06/01
21,225,491.1	10.729428	(8) 1999	24/03/00	15/06/00	20/06/00	18/07/00

## DIVIDENDOS EN EFECTIVO / CASH DIVIDENDS

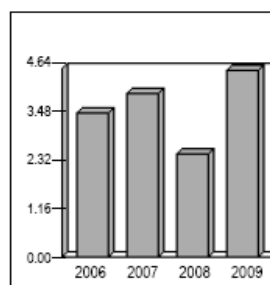
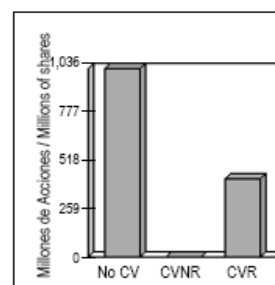
MONTO(\$) AMOUNT(\$)	DIVIDENDOS DIVIDENDS	CONCEPTO ITEM	JGA GSM	UDND LDT	Registro Record Date	Entrega Distrib.
117,283,775.2	0.326381272	(20) 2008	31/03/09	16/04/09	21/04/09	28/04/09
173,780,894.2	0.556452	(20) 2007	27/03/08	11/04/08	16/04/08	17/04/08
122,817,691.7	0.45792255	(20) 2006	30/03/07	18/04/07	23/04/07	24/04/07
84,593,241.5	0.330082853	(20) 2005	27/03/06	10/04/06	17/04/06	19/04/06
64,654,863.4	0.258331	(20) 2004	31/03/05	20/04/05	25/04/05	29/04/05
42,360,755.5	0.184311	(20) 2003	25/03/04	14/04/04	19/04/04	22/04/04
15,895,953.0	0.07015	(20) 2002	18/03/03	14/04/03	21/04/03	23/04/03
2,018,018.7	0.008996	(20) 2001	13/03/02	13/05/02	16/05/02	21/05/02
2,076,187.2	0.01048	(20) 1999	24/03/00	25/04/00	28/04/00	05/05/00

## INDICADORES BURSÁTILES / STOCK MARKET INDICES

*En Miles de Soles / In thousands of Soles	2006	2007	2008	2009
Monto Nominal en Circulación / Outstanding Face Value*	852,896	852,896	1,109,301	1,471,243
Valor Nominal / Face Value (\$/.)	1.00	1.00	1.00	1.00
Cap. Bursátil / Market Cap.*	6,098,206	8,017,221	5,712,899	13,314,746
PER / Price Earnings Ratio	12.49	13.51	7.89	14.36
Valor Contable / Book Value (\$/.)	2.01	2.33	2.01	1.96
Precio-VC / Price-Book Value	3.56	4.03	2.56	4.61
Frecuencia / Freq. (%)	96.02	98.40	92.34	91.97
Lucratividad / Profitability (%)	56.32	37.49	-24.91	144.65
Rotación / Turnover (%)	3.25	6.19	1.90	1.58

## CAVALI ICLV

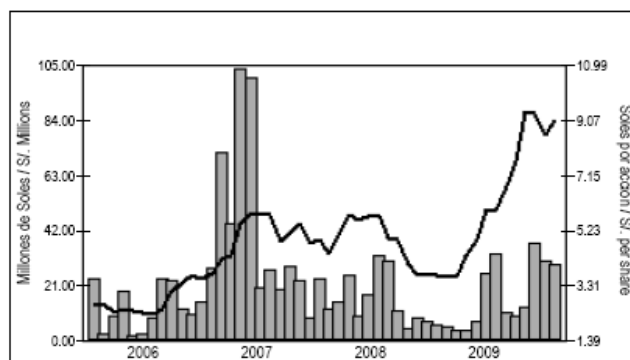
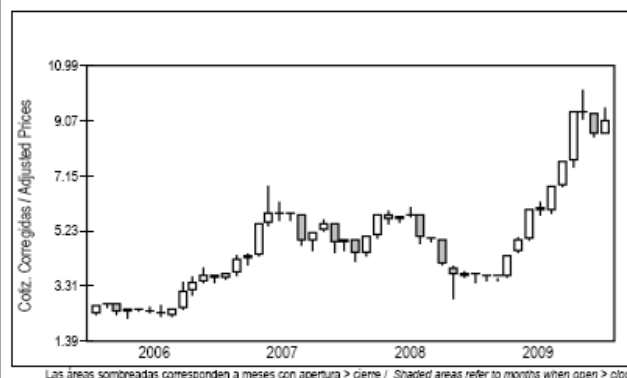
2009	Cant. / Quant.	%
Acciones Registradas / Shares in CAVALI	436,422,259	29.66
Tenenc. de Inv.No Resid. / Hldgs.of Non-dom.investors	2,691,092	0.62
Tenenc. de Inv.Resid. / Hldgs.of dom.investors	433,731,167	99.38
Número de Inversionistas (Titulares) / Number of investors	8,271	--

PRECIO / VALOR CONTABLE  
PRICE / BOOK VALUETENENCIAS / HOLDINGS  
Al 31/12/2009

No CV = Tenencias fuera de CAVALI / Holdings outside CAVALI  
 CVNR = Tenenc. Invers. No Resident. en CAVALI / Hldgs. of non-dom. investors in CAVALI  
 CVR = Tenenc. Invers. Resident. en CAVALI / Hldgs. of dom. investors in CAVALI

COMPORTAMIENTO BURSÁTIL / STOCK MARKET PERFORMANCE  
Cifras en Nuevos Soles / In Nuevos Soles

Años/Year	Cantidad Acciones Volumen	Monto Efectivo (\$/.) Trading Value	% Total	N° de Operaciones Number of Trades	COTIZACION / PRICE				
					Apertura Opening	Cierre Closing	Máxima High	Mínima Low	Promedio Average
2006	27,720,188	152,783,208	1.0056	2,798	4.90	7.15	8.00	4.40	5.51
2007	52,800,189	498,689,378	1.7145	6,232	7.15	9.40	13.00	7.15	9.44
2008	21,077,076	181,814,685	1.2211	2,915	9.40	5.15	11.40	4.00	8.63
2009	23,263,922	210,805,950	1.7764	2,657	5.10	9.05	13.50	4.90	9.06

MONTOS NEGOCIADOS Y COTIZACIONES CORREGIDAS  
TRADED VOLUME AND ADJUSTED PRICESHIGH-LOW-CLOSE-OPEN  
Soles por acción / Soles per share

Fuente: Bolsa de valores de Lima (BVL)

Las áreas sombreadas corresponden a meses con apertura &gt; cierre / Shaded areas refer to months when open &gt; close

**ANEXO Nº 12**  
**SOCIEDADES AGENTES DE BOLSA**  
**BROKERAGE FIRMS**

1. ANDES SECURITIES Sociedad Agente de Bolsa S.A.C. CALLE PAZ SOLDÁN Nº 170. OF. 204-SAN ISIDRO-LIMA. Teléfonos: 2216213 - 422-7713 Fax: 221-6213 ANEXO 113.
2. BNB VALORES PERU SOLFIN S.A.B. S.A. (antes Solfin S.A.B.) JR. ANTONIO MIROQUESADA Nº191 OF. 205 - 206-CERCADO DE LIMA-LIMA Teléfonos: 428-2277 Fax: 428-2277 ANEXO 29
3. CELFIN CAPITAL S.A. Sociedad Agente de Bolsa AVENIDA AMADOR MERINO REYNA Nº 267 - INTERIOR 601-SANSIDRO-LIMA Teléfonos: 616-4300 Fax: 616-4301
4. CITICORP PERU Sociedad Agente de Bolsa S.A. CANAVAL Y MOREYRA Nº 480, PISO 4, OFICINA 401-SANISIDRO-LIMA Teléfonos: 215-2000 Fax: 421-4173
5. COMPASS GROUP Sociedad Agente de Bolsa S.A. CALLE AMADOR MERINO REYNA Nº 267 PISO 11-SAN ISIDRO-LIMA Teléfonos: 611-5353 Fax: 611-5354
6. CONTINENTAL BOLSA S.A.B. S.A. REPUBLICA DE PANAMA Nº 3065, PISO 2 CENTRO COMERCIAL-SAN ISIDRO-LIMA Teléfonos: 211-2380 Fax: 211-2440
7. CREDIBOLSA Sociedad Agente de Bolsa S.A. CALLE CENTENARIO Nº 156-LA MOLINA-LIMA Teléfonos: 313-2918/313-2916 Fax: 313-2915
8. GRUPO CORIL Sociedad Agente de Bolsa S.A. AV. REPUBLICA DE PANAMA Nº 3420-SAN ISIDRO-LIMA Teléfonos: 611-8000 Fax: 611-8051 / 611-8001
9. GRUPO PRIVADO DE INVERSIONES - VALORES S.A. SAB CALLE AMADOR MERINO REYNA Nº 285, EDIFICIO TARGA, PISO 2-SAN ISIDRO-LIMA Teléfonos: 422-7777 / 621-1111 Fax: 422-0315
10. INTELIGO Sociedad Agente de Bolsa S.A.(antes Centuria S.A.B.) AV. RICARDO RIVERA NAVARRETE Nº 515, PISO Nº 21 Y 22. EDIFICIO CAPITAL-SAN ISIDRO-LIMA Teléfonos: 219-2300 Fax: 219-2311
11. INTERCAPITAL Sociedad Agente de Bolsa S.A. AV. JORGE BASADRE Nº 255 OFIC. 604-SAN ISIDRO-LIMA. Teléfonos: 628-7030 / 628-7039 / 628-7040 Fax: 628-7049
12. INVERSION Y DESARROLLO Sociedad Agente de Bolsa S.A.C. CALLE 7 Nº 391 URB. CORPAC-SAN ISIDRO-LIMA Teléfonos: 476-8835 Fax: 476-8835 ANEXO 203
13. JUAN MAGOT & ASOCIADOS Sociedad Agente de Bolsa S.A. JR. MIRO QUESADA Nº 247 OF.303-CERCADO DE LIMA-LIMA Teléfonos: 428-7026/427-1020/428-2948/427-4158 Fax: 427-0890
14. KALLPA SECURITIES Sociedad Agente de Bolsa S.A. AV. LA ENCALADA Nº 1388. OF 802-SANTIAGO DE SURCO-LIMA. Teléfonos: 627-5220 Fax: 628-9471
15. LATINOAMERICANA Sociedad Agente de Bolsa S.A. AV. JOSE PARDO Nº 223 PISO 13-MIRAFLORES-LIMATeléfonos: 241-2750 / 241-2751 Fax: 241-2753.

Actualizado al 31 de Julio del 2011.Fuente:Bolsa de Valores de Lima (BVL)

**APÉNDICES:****A1. Aplicación del Análisis Técnico en la Bolsa de Valores**

Como ejemplo de aplicación del Análisis Técnico, utilizamos los precios de las acciones comunes de la empresa minera Volcan mostrados en el cuadro N° A1.35.Pag.149

Esta información procesada con el software Minitab V.16 nos permite obtener los promedios móviles (números en negrita) que se muestran en el cuadro N° A1.36.Pag.150 y se representa en el gráfico N° A1.18.Pag.151, donde se analiza la tendencia de los precios de las acciones de la minera Volcan.

**CUADRO N° A1.35**  
**PROMEDIO DE PRECIOS DE LAS ACCIONES COMUNES MINERA VOLCAN**  
**PERIODO (2006-2010)**

<b>Meses</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>
Enero	2,60	16,10	13,40	9,45	15.0
Febrero	4,45	29.0	12,20	9,50	15.0
Marzo	7,30	29.0	13,30	8,85	14.0
Abril	7,71	30.0	11,56	9.0	12,61
Mayo	7,70	35.0	10,70	8,80	12,60
Junio	10.0	28.0	9,12	9,20	12,58
Julio	10.0	26.0	9,10	9,30	11,80
Agosto	11,50	20.0	7,60	9,50	11,62
Septiembre	10,30	22.0	7,50	10.0	11,60
Octubre	10,30	22,50	7.0	10,20	5,69
Noviembre	10,80	25,80	7.0	10,20	5,59
Diciembre	14,20	12,20	7,20	13,82	4,90

Fuente: Bolsa de Valores de Lima (BVL).Preparación propia

**CUADRO Nº A1.36**  
**ANÁLISIS DE LA TENDENCIA DE PRECIOS DE LAS ACCIONES DE LA MINERA VOLCAN**  
**PERIODO (2006-2010)**

PERIODO	MES	PRECIO DE LA ACCIÓN	MEDIA MOVIL(12) MESES	PRONOSTICO ENERO 2011
2006	Enero	2,60		7,14417
	Febrero	4,45		
	Marzo	7,30		
	Abril	7,71		
	Mayo	7,70		
	Junio	10,00		
	Julio	10,00		
	Agosto	11,50		
	Septiembre	10,30		
	Octubre	10,30		
	Noviembre	10,80		
	<b>Diciembre</b>	14,20	<b>8,9050</b>	
2007	Enero	16,10	10,0300	
	Febrero	29,00	12,0758	
	Marzo	29,00	13,8842	
	Abril	30,00	15,7417	
	Mayo	35,00	18,0167	
	Junio	28,00	19,5167	
	Julio	26,00	20,8500	
	Agosto	20,00	21,5583	
	Septiembre	22,00	22,5333	
	Octubre	22,50	23,5500	
	Noviembre	25,80	24,8000	
	<b>Diciembre</b>	12,20	<b>24,6333</b>	
2008	Enero	13,40	24,4083	
	Febrero	12,20	23,0083	
	Marzo	13,30	21,7000	
	Abril	11,56	20,1633	
	Mayo	10,70	18,1383	
	Junio	9,12	16,5650	
	Julio	9,10	15,1567	
	Agosto	7,60	14,1233	
	Septiembre	7,50	12,9150	
	Octubre	7,00	11,6233	
	Noviembre	7,00	10,0567	
	<b>Diciembre</b>	7,20	<b>9,6400</b>	
2009	Enero	9,45	9,3108	
	Febrero	9,50	9,0858	
	Marzo	8,85	8,7150	
	Abril	9,00	8,5017	
	Mayo	8,80	8,3433	
	Junio	9,20	8,3500	
	Julio	9,30	8,3667	
	Agosto	9,50	8,5250	
	Septiembre	10,00	8,7333	
	Octubre	10,20	9,0000	
	Noviembre	10,20	9,2667	
	<b>Diciembre</b>	13,82	<b>9,8183</b>	
2010	Enero	7,03	9,6167	
	Febrero	6,58	9,3733	
	Marzo	7,48	9,2592	
	Abril	7,90	9,1675	
	Mayo	7,45	9,0550	
	Junio	6,45	8,8258	
	Julio	6,74	8,6125	
	Agosto	6,95	8,4000	
	Septiembre	7,35	8,1792	
	Octubre	7,20	7,9292	
	Noviembre	7,00	7,6625	
	<b>Diciembre</b>	7,60	<b>7,1442</b>	

### 1.1. Análisis del Gráfico

Se analiza el precio de las acciones en el periodo (2006 – 2010), lo cual permite obtener conclusiones a corto plazo de las tendencias de los precios de las acciones.

El proceso de generar la media móvil con el software estadístico Minitab V.16 permite crear el gráfico N° A1.18 donde es posible hacer el siguiente análisis:

Las líneas naranjas con letras: A, B, C, D, E, F indican las tendencias de los precios de las acciones por año en el periodo (2006 – 2010) de la minera Volcan. Estas tendencias son las siguientes:

Año 2006 (A, B) precios de las acciones al alza

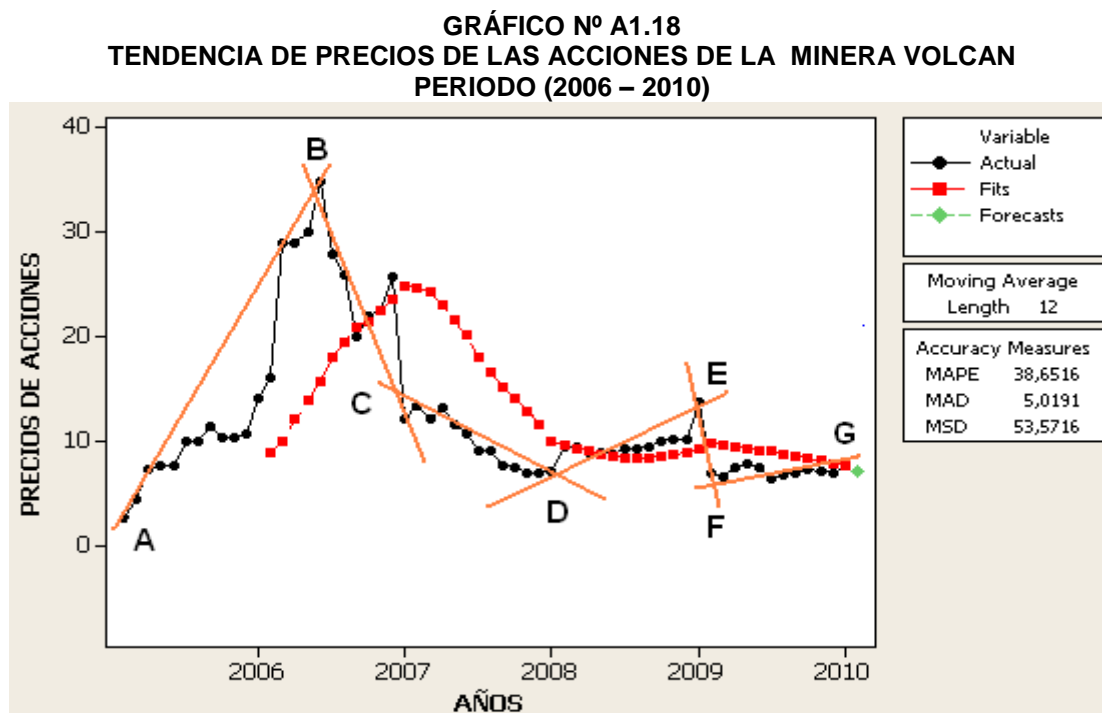
Año 2007 (B, C) precios de las acciones a la baja

Año 2008 (C, D) precios de las acciones a la baja

Año 2009 (D, E) precios de las acciones, leve tendencia al alza

Año 2009 (E, F) precios de las acciones, tendencia a la baja (final del año)

Año 2010 (F, G) precios de las acciones, tendencia a la baja estable (todo el año)



Elaboración propia

## A2. Inversión en la Bolsa de Valores y en el Sistema Bancario

### 2.1. Inversión en la Bolsa de Valores

Se debe vender o comprar activos bursátiles según las circunstancias personales o empresariales y las expectativas presentes y futuras del mercado financiero. Se puede ganar de dos maneras cuando se invierte en la Bolsa de Valores:

1. Mediante los dividendos
2. Mediante la oferta y la demanda

#### 2.1.1. Mediante los Dividendos

Los dividendos es la proporción de las ganancias de la empresa que se decide distribuir entre los accionistas y su pago es anual.

Supongamos que en enero del año 2009 se compro acciones comunes de la minera Volcan, el cuadro N° 5.13 indica los dividendos que se pagaban por las respectivas acciones y el cuadro N° A1.35 indica el precio de las acciones según la oferta y la demanda.

Los datos son los siguientes:

Inversión S/.50, 000

Precio de la Acción S/.9.45

Dividendo por Acción S/.0.09

En términos de porcentaje la rentabilidad del dividendo es:

$$\text{Rentabilidad del Dividendo} = \frac{\text{Dividendo por Accion}}{\text{Precio de la Accion}} = \frac{0.09}{9.45} = 0.0095 = 0.95\%$$

Comisiones: 1.21% de la Inversión

$$\text{Comisiones} = \frac{1.21 \times 50,000}{100} = \text{S}/.605$$

$$\text{IGV } 19 \% \text{ de las comisiones} = \frac{19 \times 605}{100} = \text{S}/.115$$

$$\text{Inversión Liquida} = .50, 000 - 605 - 115 = \text{S}/.49, 280$$

$$\text{Compra de Acciones} = \frac{49,280}{9.45} = 5,215 \text{ acciones}$$

$$\text{Rentabilidad por Dividendos} = \text{Compra de Acciones} \times \text{Dividendo por Acción}$$

$$\text{Rentabilidad por Dividendos} = 5,215 \times 0.09 = \text{S}/.469.35$$



### 2.1.2. Mediante la Oferta y la Demanda

Para estimar las ganancias o pérdidas mediante la oferta y la demanda de las acciones, se consideran los precios en que se cotizan las acciones comunes de la minera Volcan en el año 2009 .Ver cuadro N° A1.35.Pag.149

#### 1. Compra de Acciones en Enero 2009

Supongamos que la inversión es a corto plazo (meses), si en enero del 2009 se invirtió

S/. 50,000 en acciones comunes de la minera Volcan, los cálculos para esta inversión son los siguientes:

Inversión:S/.50,000

Precio de la Acción:S/.9.45

Comisiones :1.21% de la Inversión

$$\text{Comisiones} = \frac{1.21 \times 50,000}{100} = \text{S}/.605$$

IGV = 19% de las comisiones

$$\text{IGV} = \frac{19 \times 605}{100} = \text{S}/.115$$

$$\text{Comisiones} + \text{IGV} = 605 + 115 = \text{S}/.720$$

$$\text{Inversion Líquida} = \text{Inversión} - (\text{Comisiones} + \text{IGV})$$

$$\text{Inversion Líquida} = \text{S}/.50,000 - 720 = \text{S}/.49,280$$

$$\text{Compra de Acciones} = \frac{\text{Inversion Líquida}}{\text{Precio de la Acción}}$$

$$\text{Compra de Acciones} = \frac{49,280}{9.45} = 5,215 \text{ Acciones}$$

## 2. Venta de las Acciones en Diciembre 2009

En Diciembre del año 2009 se decide vender las 5,215 acciones, los resultados son los siguientes:

Precio de la Acción S/.13.82

Acciones a vender 5,215

Venta de Acciones = Acciones a Vender x Precio de la Acción

Venta de Acciones = 5,215 x 13.82 = S/.72,071

Comisiones = 1.21% Venta de las acciones

Comisiones =  $\frac{1.21 \times 72,071}{100} = S/.872.06$

IGV = 19% de las comisiones

IGV =  $\frac{19 \times 872.06}{100} = S/.165.70$

Comisiones + IGV = 872.06 + 165.70 = S/.1,037.80

Rentabilidad = Venta de Acciones - (Comisiones + IGV + Inversion)

Rentabilidad = 72,071 - (1,037.80 + 50,000)

Rentabilidad = 72,071 - 51,038

Rentabilidad = S/.21,033

Rentabilidad en terminos de % por venta de acciones =  $\frac{21,033 \times 100}{50,000} = 42.07\%$

### 3. Venta de las Acciones en Mayo del 2009

Si por razones coyunturales se hubiera decidido vender las acciones en mayo del 2009 los resultados serían los siguientes:

Precio de la Accion: S/.8.80

Acciones a Vender 5,215

Venta de Acciones = Acciones a Vender x Precio de la Acción

Venta de Acciones =  $5,215 \times 8.80 = S/.45,892$

Comisiones = 1.21% de la Venta de Acciones

Comisiones =  $\frac{1.21 \times 45,892}{100} = S/.555.30$

IGV = 19% de las Comisiones

IGV =  $\frac{19 \times 555.30}{100} = S/.105.60$

Comisiones + IGV =  $555.30 + 105.60 = S/.660.90$

Rentabilidad = Venta de Acciones - (Comisiones + IGV + Inversion)

Rentabilidad =  $45,892 - (660.90 + 50,000)$

Rentabilidad =  $45,892 - 50,661$

Pérdida = - 4,769

No hay rentabilidad, la venta de las acciones, produce una pérdida de S/. 4,769 en cinco meses.

## 2.2. Colocación del Capital en el Sistema Bancario

Se coloca un capital de S/. 50,000, en el sistema bancario y se considera tres alternativas de depósitos: cuentas de ahorro, cuentas a plazo fijo de 181 a 360 días y cuentas a plazo fijo de 360 días a más, se evalúa la rentabilidad para cada una de estas cuentas. Las tasas de intereses bancarios del periodo (2006-2010) se muestran en el cuadro N° A2.37

**CUADRO N° A2.37**  
**BANCA MULTIPLE TASA DE INTERES EN PORCENTAJES PERIODO (2006 – 2010)**

AÑO	AHORROS	181 A 360 DIAS	DE 360 A MAS
2006	1.3	5.4	7.8
2007	1.5	5.6	7.9
2008	1.4	5.7	7.4
2009	1.1	5.5	7.0
2010	0.6	3.0	5.7

Fuente: Banco Central de Reserva (BCRP), preparación propia

### 2.2.1. Depósitos de ahorro, en el año 2009

Capital: S/.50, 000

TEA (Tasa pasiva moneda nacional):1.1%

$$\text{Interes Anual} = \frac{50,000 \times 1.1}{100} = \text{S/.550}$$

$$\text{Impuesto} = \frac{(\text{Inversion} + \text{Interes Anual}) \times \text{ITF}}{100}$$

$$\text{Impuesto} = \frac{(50,000 + 550) \times 0.005}{100} = 2.5$$

$$\text{Total neto} = (\text{Inversión} + \text{Interés Anual}) - \text{Impuesto}$$

$$\text{Total neto} = (50,000 + 550) - 2.5 = 50,547$$

$$\text{Rentabilidad Liquida} = \text{Total Neto} - \text{Inversión}$$

$$\text{Rentabilidad Liquida} = 50,547 - 50,000 = \text{S/.547}$$

Los resultados indican que haciendo un depósito de ahorro de S/. 50,000 en el sector bancario, con un interés del 1.1% en un año, la rentabilidad es S/. 547

### 2.2.2. Depósito a Plazo de 181 a 360 Días, en el Año 2009

Capital: S/.50, 000

TEA (Tasa pasiva moneda nacional):5.5%

$$\text{Interes Anual} = \frac{50,000 \times 5.5}{100} = \text{S}/.2,750$$

$$\text{Impuesto} = \frac{(\text{Inversion} + \text{Interes Anual}) \times \text{ITF}}{100}$$

$$\text{Impuesto} = \frac{(50,000 + 2,750) \times 0.005}{100} = \text{S}/.2.6$$

$$\text{Rentabilidad Total} = (\text{Inversion} + \text{Interes Anual}) - \text{Impuesto}$$

$$\text{Rentabilidad Total} = (50,000 + 2,750) - 2.6 = \text{S}/.52,747$$

$$\text{Rentabilidad Liquida} = \text{Ganancia Total} - \text{Inversion}$$

$$\text{Rentabilidad Liquida} = 52,747 - 50,000 = \text{S}/.2,747$$

Los resultados indican que haciendo un depósito de S/. 50,000, en un plazo de 181 a 360 días, con un interés del 5.5 % la rentabilidad es S/. 2,747

### 2.2.3. Depósito a Plazo de 360 Días a Más, año 2009

Capital: S/.50, 000

TEA (Tasa pasiva moneda nacional):7.0%

$$\text{Interes Anual} = \frac{50,000 \times 7.0}{100} = \text{S}/.3,500$$

$$\text{Impuesto} = \frac{(\text{Inversion} + \text{Interes Anual}) \times \text{ITF}}{100}$$

$$\text{Impuesto} = \frac{(50,000 + 3,500) \times 0.005}{100} = \text{S}/.2.7$$

$$\text{Rentabilidad Total} = (\text{Inversion} + \text{Interes anual}) - \text{Impuesto}$$

$$\text{Rentabilidad Total} = (50,000 + 3,500) - 2.7 = \text{S}/.53,497$$

$$\text{Rentabilidad Liquida} = \text{Ganancia Total} - \text{Inversion}$$

$$\text{Rentabilidad Liquida} = \text{S}/.53,497 - 50,000 = \text{S}/.3,497$$

Si depositamos S/.50, 000 en una cuenta con 7.0 % de interés y a un plazo de 360 días a mas, la rentabilidad es S/. 3,497

En el cuadro N° A2.38, se muestran los resultados de invertir S/.50, 000 en la Bolsa de Valores de Lima y depositar la misma cantidad en el Sistema Bancario.

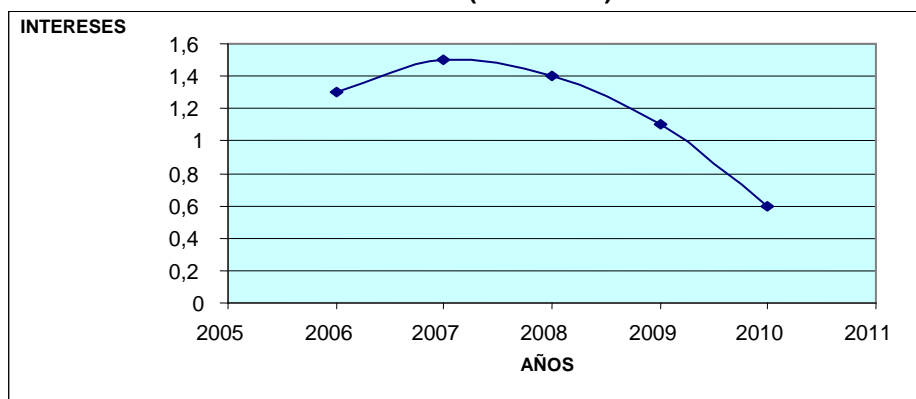
En el Sistema Bancario no se corre riesgo y la rentabilidad es mínima. En este periodo (2006-2010) la tasa de interés que pagan los bancos tiene tendencia a la baja, tal como se muestran en los gráficos N° A2.19, A2.20 y A2.21. (Ver.Pag.159).

**CUADRO N° A2.38**  
**COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS DE LA INVERSIÓN EN LOS DOS SISTEMAS**

SISTEMA BOLSA DE VALORES	GANANCIAS-PERDIDAS	SISTEMA BANCARIO	GANANCIAS
DIVIDENDOS POR ACCIONES	S/. 4,280	AHORROS	S/. 547
OFERTA Y DEMANDA DE ACCIONES	S/. 21,033	181 A 360 DIAS	S/. 2,747
OFERTA Y DEMANDA DEACCIONES	S/. - 4,769	360 DIAS A MAS	S/. 3,497

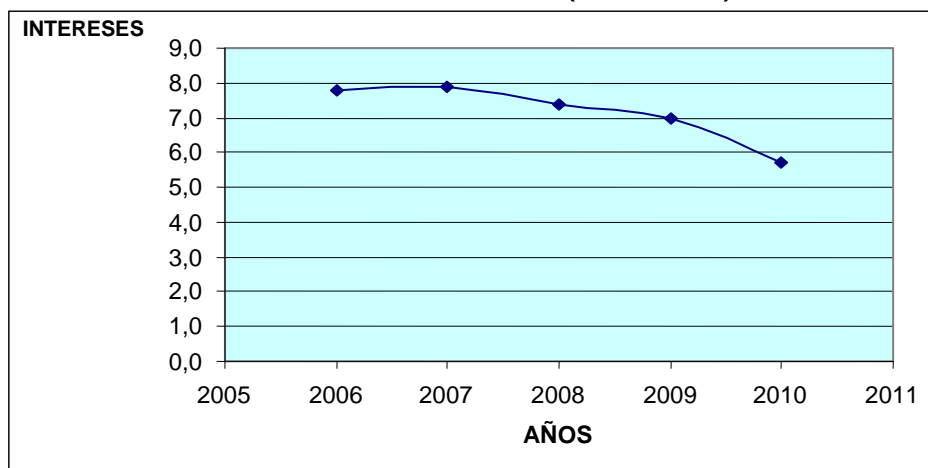
Elaboración propia

**GRÁFICO Nº A2.19**  
**INTERESES BANCARIOS EN DEPOSITOS DE AHORRO**  
**PERIODO (2006-2010)**



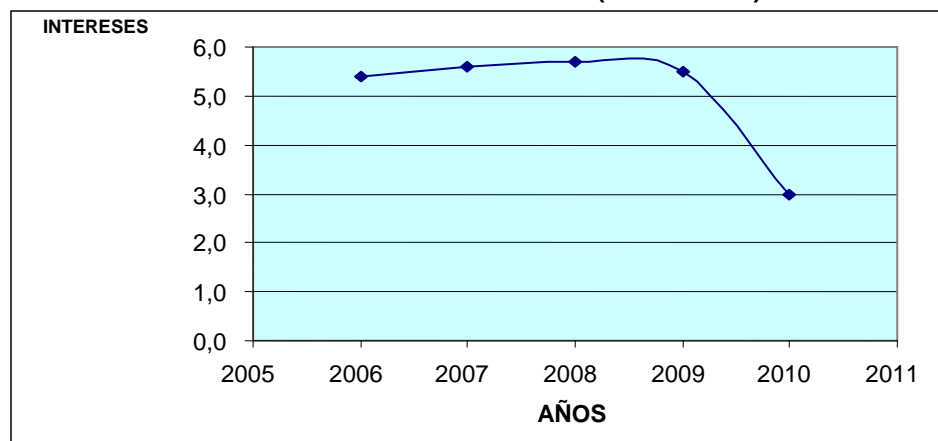
Fuente: Banco Central de Reserva del Perú (BCRP). Preparación propia

**GRÁFICO Nº A2.20**  
**INTERESES BANCARIOS EN DEPOSITOS A PLAZOS**  
**DE 181 A 360 DIAS PERIODO (2006 – 2010)**



Fuente: Banco Central de Reserva del Perú (BCRP). Preparación propia

**GRÁFICO Nº A2.21**  
**INTERESES BANCARIOS EN DEPOSITOS A PLAZOS**  
**DE 360 DIAS A MÁS PERIODO (2006 – 2010)**



Fuente: Banco Central de Reserva del Perú (BCRP). Preparación propia

**WEBS DE INTERES:**

1. [www.bvl.com.pe](http://www.bvl.com.pe)
2. [www.economía.terra.com.pe](http://www.economía.terra.com.pe)
3. [www.eumed.net.com](http://www.eumed.net.com)
4. [www.instituto.la.moneda.com](http://www.instituto.la.moneda.com)
5. [www.invertia.com.pe](http://www.invertia.com.pe)
6. [www.kitco.com](http://www.kitco.com)
7. [www.kitcometals.com](http://www.kitcometals.com)
8. [www.lindo.com](http://www.lindo.com)
9. [www.lingo.com](http://www.lingo.com)
10. [www.proquest.com](http://www.proquest.com)
11. [www.smv.gov.pe](http://www.smv.gov.pe)
12. [www.seio.es](http://www.seio.es)
13. [www.springer.com](http://www.springer.com)



## BIBLIOGRAFÍA:

1. ÁVILA ACOSTA R (1987) .Estadística. Ediciones RA, Lima.
2. BARTOLOME LABORDA R (1978). La Bolsa y su Entorno. Ediciones Deusto, Madrid
3. BARBOLLA ROSA S (1998).Algebra Lineal y Teoría de Matrices. Ediciones Prentice Hall, Madrid.
4. BRONSON, RICHARD (1990).Teoría y Problemas de Investigación de Operaciones. Ediciones McGraw-Hill. México.
5. BRONSON- SCHAUM (1982).Investigación de Operaciones. Ediciones McGraw –Hill. México.
6. BUFFA ELWOOD S (1983). Ciencias de la Administración en Investigación de Operaciones. Formación de Modelos y Métodos de Solución. Ediciones Limusa. México.
7. DIAZ TINOCO J (2002) .Futuros y Opciones Financieras. Ediciones Limusa. México
8. GRADOS SMITH P (1993). La Bolsa Principios Básicos. Ediciones Serie Bursátil, Lima
9. HUGO HERNANDEZ B (1989). Bolsa de Valores. Ediciones H & R Asociados0. Lima
10. HILLIER, FREDERICK, LIEBERMAN. (2010). Introducción a la Investigación de Operaciones .Ediciones McGraw-Hill. México.
11. INTRILIGATOR MICHAEL (1992). Modelos Econométricos. Técnicas y Aplicaciones. Ediciones Fondo de Cultura Económica. México.
12. MARTÍNEZ ABASCAL E (1999) Invertir en Bolsa Conceptos y Estrategias. Ediciones MC Graw- Hill. España
13. PRAWDA WITENBER (1986), Métodos y Modelos de Investigación Operativa. Ediciones Limusa. México.
14. RENDER BARRY, STAIR RALPH (2006). Métodos Cuantitativos para los Negocios. Ediciones Pearson Educación. México.
15. TAHA, HAMDY A (2004). Investigación de Operaciones. Ediciones Alfaomega. México
16. TOLA NOSIGLIA J (1994).El Mercado de Valores y la Bolsa en el Perú. Ediciones Mass Comunicación. Lima.
17. WINSTON WAYNE L. (2005).Investigación de Operaciones: Aplicaciones y Algoritmos. Ediciones International Thomson. México.